

DOI: 10.12737/24122

Афонин А.Н., д-р техн. наук, проф.,
Алейников А.Ю., ст. преп.,
Гладышев А.Р., магистрант,
Попова А.В., магистрант

Белгородский государственный национальный исследовательский университет

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЗВЕНЬЯМИ ЗМЕЕПОДОБНОГО РОБОТА*

afonin@bsu.edu.ru

В работе приведена математическая модель модульной системы управления звеньями змееподобного робота для реализации волнового движения, учитывающая моменты внешних сил, создаваемых смежными звеньями и внешние возмущения. В качестве модели электрического привода постоянного тока использовано дифференциальное уравнение второго порядка, связывающее подаваемое на электродвигатель напряжение $u(t)$, момент нагрузки $M_n(t)$ и выходной угол поворота вала $\theta(t)$. Рассчитаны передаточные функции отдельных звеньев, и получена передаточная функция системы управления в целом.

Ключевые слова: змееподобный робот, математическая модель движения, распределенная система управления, датчик, навигация, система энергообеспечения.

Введение. В настоящее время всё большее значение приобретают системы мониторинга и диагностики трубопроводов, а также их ремонта с помощью мобильных робототехнических комплексов. [1] Актуальной задачей в этом направлении является создание змеевидного мобильного робота. Змееподобные роботы обладают возможностью перемещаться в разных средах по сильно пересеченной местности, а также в ограниченном пространстве. Их областями применения могут быть: контроль трубопроводов, ликвидация последствий чрезвычайных ситуа-

ций и проведение поисково-спасательных работ; геологические изыскания; сельское хозяйство и т.д.

Основная часть. Принцип действия мобильного змееподобного робота основан на подражании движениям змеи. [2] Перемещение такого робота в пространстве осуществляется за счет волнообразного движения его тела, состоящего из отдельных звеньев.

3D модель механической конструкции змееподобного робота представлена на рисунке 1.

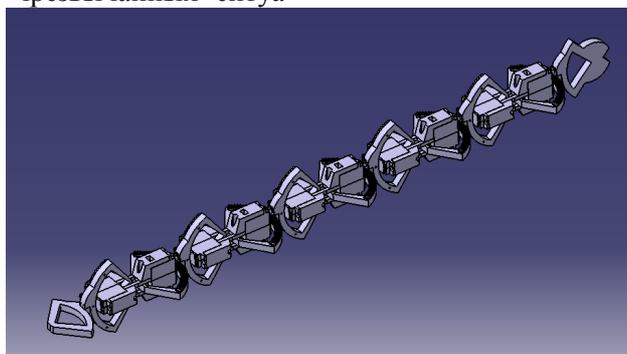


Рис. 1. 3D модель конструкции змееподобного робота

Основой механической конструкции является набор 5 звеньев, расположенных перпендикулярно друг относительно друга. Каждое из звеньев имеет на себе сектор конического зубчатого колеса. Сервоприводы имеют на своих осях конические шестерни, зацепляясь которыми с зубчатыми секторами на перпендикулярных оси привода звеньях, они обеспечивают поворот звеньев друг относительно друга. [3]

Механическая конструкция макета имеет 5 одинаковых звеньев с двумя перпендикулярно

закрепленными сервоприводами в каждом, голове и хвост.

Схема системы управления звеньями змееподобного робота представлена на рисунке 2.

Математическая модель системы управления звеньями змееподобного робота состоит из:

- датчика змеиного изгиба, в простейшем случае представляющего собой гармоническую функцию, по которой рассчитываются углы поворота отдельных звеньев;

- корректирующего устройства, которое изменяет распределение углов поворота вдоль

тела змееподобного робота, тем самым передавая функции поврежденного звена рабочим звеньям, в соответствии с планируемыми к разработке на следующем этапе алгоритмами;

- набора систем автоматического управления (регулирования) двигателями постоянного тока отдельных звеньев.

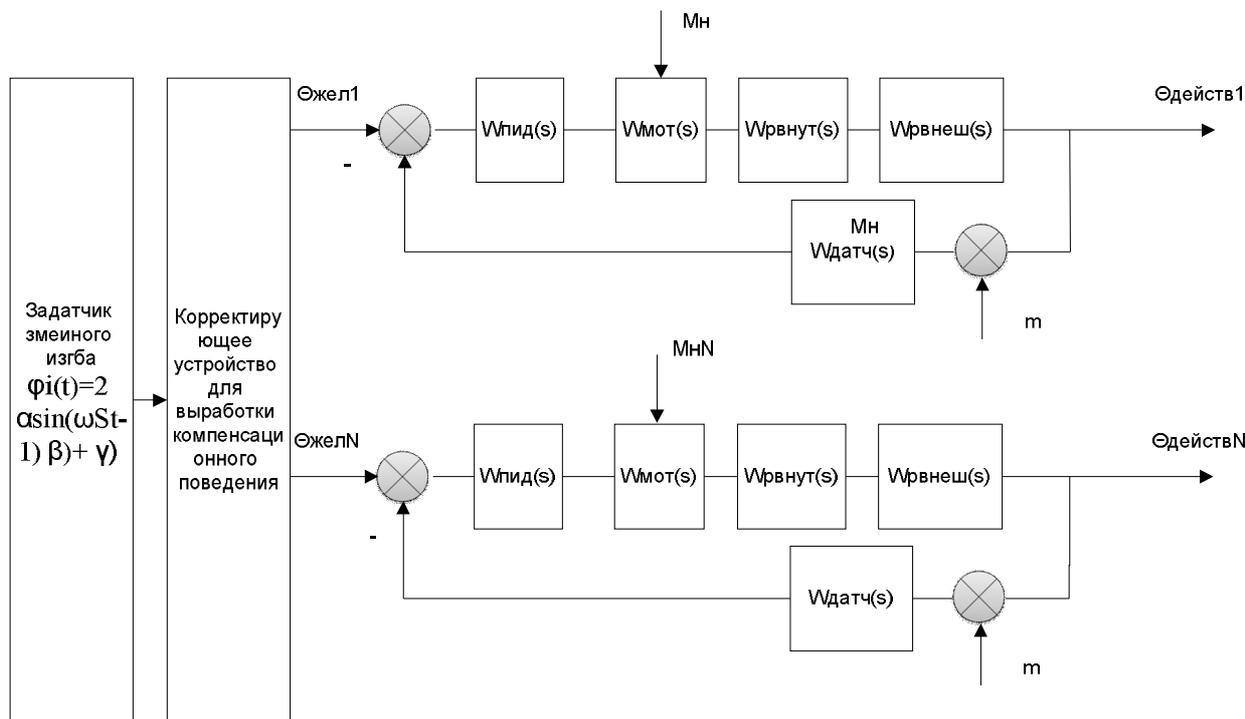


Рис. 2. Схема системы управления звеньями змееподобного робота

Задающим воздействием [4,5] для систем управления являются углы $\theta_{жел}(t)$, а управляемой величиной является $\theta_{действ}(t)$.

Также, в математической модели системы предусмотрено два внешних возмущающих [5,6] воздействия: момент внешних сил, в том числе нагрузки $M_n(t)$, обусловленный воздействием смежных звеньев робота, сил трения и пр., и шум измерения угла текущего (действительного) угла поворота $m(t)$, обусловленного наличием различных наводок. Технически, значением $m(t)$ можно пренебречь.

На первый взгляд, момент нагрузки имеет стохастический характер $M_n(t)$, в связи с наличием в роботе достаточно большого числа звеньев и практически случайным влиянием препятствий на движение робота. Однако, технически, момент нагрузки может быть косвенно определен по току, потребляемому конкретным сервоприводом, и таким образом, учтен при управлении движением, а также при выработке компенсационного поведения на следующем этапе работы.

В связи с тем, что звенья робота жестко связаны между собой, движение ближайших звеньев будет влиять на соседнее, причем не только в сторону увеличения момента нагрузки M_n , но и его уменьшения, создавая при этом

множественные обратные связи между системами управления отдельными звеньями по моменту нагрузки. Однако, исходя из того, что чем дальше звено располагается от рассматриваемого, тем, очевидно, влияние будет уменьшаться в связи с воздействием сил трения и тяжести.

В качестве регулятора по рассогласованию предполагается использование ПИД [6] регулятора с передаточной функцией $W(пид)(s)$. Передаточная функция двигателя постоянного тока представлена функцией $W(мот)(s)$, внешний и внутренний редуктор представлены соответственно функциями $W(рвнут)(s)$ и $W(рвнеш)(s)$, передаточная функция датчика представлена функцией $W(датч)(s)$.

Как физический объект электродвигатель постоянного тока описывается дифференциальным уравнением вращательного движения в абсолютных единицах:

$$\frac{Jd\omega(t)}{dt} = M(t) - M_n(t) \quad (1)$$

где J – суммарный момент инерции якоря и нагрузки; $M(t)$ – вращательный (электромагнитный) момент, создаваемый двигателем; $M_n(t)$ – момент внешних сил, в том числе нагрузки, обусловленный воздействием смежных звеньев робота, сил трения и пр.;

Электромагнитный момент рассчитывается по формуле:

$$M(t) = C_M \Phi i(t) \quad (2)$$

где C_M – коэффициент; Φ – магнитный поток; $i(t)$ – ток якоря двигателя;

Схема электрическая принципиальная модели двигателя приведена на рисунке 2.

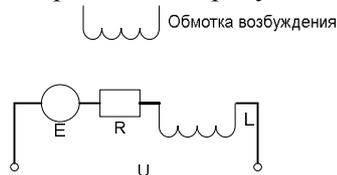


Рис. 2. Схема электрическая принципиальная модели двигателя

Взаимосвязь тока якоря двигателя и напряжения, подаваемого на двигатель описывается уравнением:

$$u(t) = e(t) + Ri(t) + \frac{Ldi}{dt} \quad (3)$$

где R – активное сопротивление цепи якоря электродвигателя; L – индуктивность катушки цепи якоря; i – ток в цепи якоря.

После преобразования Лапласа уравнение (3) примет вид:

$$u(s) = e(s) + Ri(s) + Lsi(s) \quad (4)$$

откуда выражение для связи изображений тока и напряжения примет вид:

$$i(s) = \frac{u(s) - e(s)}{R + Ls} \quad (5)$$

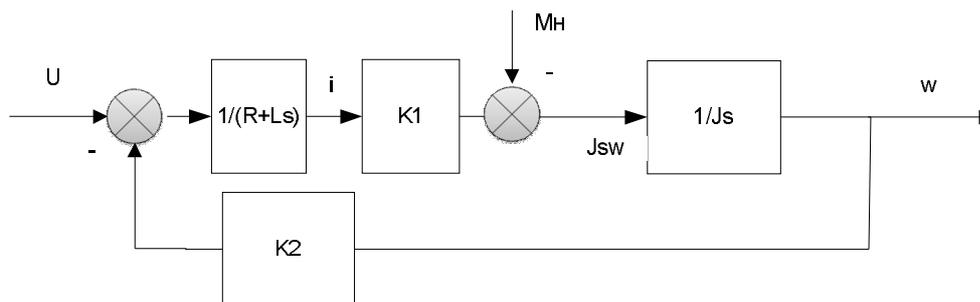


Рис. 3. Математическая модель двигателя с управляемой величиной $\omega(t)$

Формула для угловой скорости имеет вид:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad (12)$$

Изображение Лапласа для (12) будет иметь вид:

$$\omega(s) = s\theta(s) \quad (13)$$

или

Расчет электродвижущей силы $e(t)$ осуществляется через уравнение:

$$e(t) = C_\omega \Phi \omega(t) \quad (6)$$

где C_ω – коэффициент связи между скоростью и ЭДС.

После проведения преобразования Лапласа выражение (6) примет вид:

$$e(s) = C_\omega \Phi \omega(s) \quad (7)$$

Для удобства проведения дальнейших преобразований введем коэффициенты: $k1 = C_M \Phi$ и $k2 = C_\omega \Phi$.

С учетом введенных коэффициентов и выражения (7), выражение (5) примет вид:

$$i(s) = \frac{u(s) - k2\omega(s)}{R + Ls} \quad (8)$$

После проведения преобразования Лапласа выражение (2) примет вид:

$$M(s) = C_M \Phi i(s) \quad (9)$$

С учетом введенных коэффициентов выражение (9) примет вид:

$$M(s) = k1i(s) \quad (10)$$

После проведения преобразования Лапласа выражения (1) и с учетом выражения (10) имеем:

$$Js\omega(s) = k1i(s) - Mn(s) \quad (11)$$

Таким образом, на основе (8) и (11) получим математическую модель двигателя, на вход которого подается напряжение $U(t)$, а на выходе – частота вращения $\omega(t)$ (рис. 3.)

$$\theta(s) = \frac{\omega(s)}{s} \quad (14)$$

Таким образом, математическая модель (рис.3), где выходом будет угол $\theta(t)$, а возмущающее воздействие будет $U(t)$ примет вид (рис. 4.)

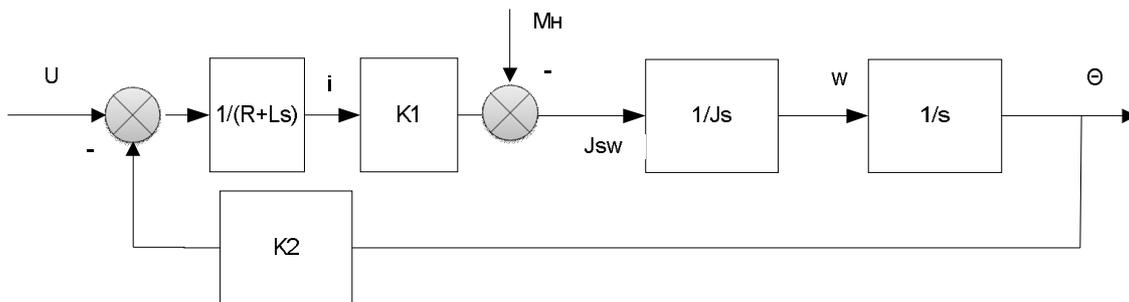


Рис. 4. Математическая модель двигателя с выходом $\theta(t)$ относительно воздействия $U(t)$

Произведем расчет передаточной функции модели замкнутой системы относительно управляемой величины $\theta(t)$ по задающему воздействию $U(t)$. [6]

Для этого, сначала рассчитаем передаточную функцию разомкнутой системы, при этом полагая, что возмущающее воздействие $Mn=0$ (согласно принципу суперпозиции):

$$W(s)_{\text{мот. разомкн}} = \frac{\left(\frac{1}{R+Ls} \cdot K1\right) \cdot \frac{1}{s}}{Js} \quad (15)$$

Таким образом, передаточная функция замкнутой системы примет вид:

$$W(s)_{\text{мот}} = \frac{\left(\frac{\left(\frac{1}{R+Ls} \cdot K1\right) \cdot \frac{1}{s}}{Js}\right)}{1 + K2 \left(\frac{\left(\frac{1}{R+Ls} \cdot K1\right) \cdot \frac{1}{s}}{Js}\right)} \quad (16)$$

Произведем расчет передаточной функции замкнутой системы относительно управляемой величины $\theta(t)$ по возмущающему воздействию $Mn(t)$.

При $U(t) = 0$ структурная схема примет вид, представленный на рисунке 5.

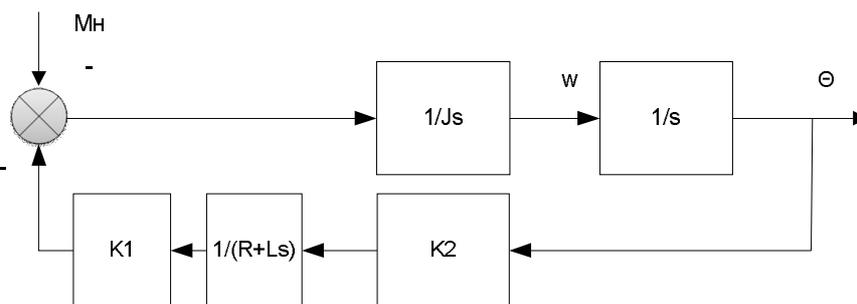


Рис. 5. Математическая модель двигателя с выходом $\theta(t)$ относительно воздействия $Mn(t)$

Передаточная функция замкнутой системы относительно управляемой величины $\theta(t)$ по возмущающему воздействию $Mn(t)$ примет вид:

$$W(s)_{\text{мот}} = \frac{\frac{1}{Js} \cdot \frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{Js} \cdot \frac{1}{s} \cdot K1 \cdot \frac{1}{R+Ls} \cdot K2} \quad (17)$$

Аналогичным образом определим передаточную функцию $Wn(s)$ для N-го звена системы управления змееподобного робота (внешние возмущения опустим):

$$Wn(s) = \frac{W_{\text{пид}}(s) \cdot W_{\text{мот}}(s) \cdot W_{\text{рвнут}}(s) \cdot W_{\text{рвнеш}}(s)}{1 + W_{\text{пид}}(s) \cdot W_{\text{мот}}(s) \cdot W_{\text{рвнут}}(s) \cdot W_{\text{рвнеш}}(s) \cdot W_{\text{датч}}(s)} \quad (18)$$

Заключение. В процессе выполнения работы получена математическая модель системы управления змееподобным роботом, представляющая собой набор уравнений, описывающих поведение системы при отработке задающего воздействия в виде желаемого угла поворота отдельных звеньев, а также возмущающих воздействий, в виде момента нагрузки для каждого звена.

Данная модель учитывает наличие жесткой связи между отдельными звеньями, которая

приводит к влиянию поведения смежных звеньев на соседние посредством изменения момента нагрузки, причем не только в сторону увеличения но и его уменьшения, создавая при этом множественные обратные связи между системами управления отдельными звеньями по моменту нагрузки. Исходя из того, что чем дальше звено располагается от рассматриваемого, тем, очевидно, влияние будет уменьшаться в связи с воздействием сил трения и тяжести.

Модель будет использована при построении системы управления змееподобным роботом в условиях повреждения звеньев.

*Работа выполнена в рамках проекта №2014/420-723. (Разработка конструкции, технологии изготовления и программного обеспечения мобильного робототехнического устройства).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Manabu Ono and Shigeo Kato, A study of an eartworm type inspection robot movable in long pipes, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 7. 2010. pp. 095-090.

2. Hirose S. Biologically Inspired Robots: Snakelike Locomotors and Manipulators: Oxford University Press, 1993. 240p.

3. Алейников А.Ю., Афонин А.Н. Мобильное робототехническое устройство с волнообразным способом передвижения // Матер. 4-й Междунар. научно-практ. конф. «Современные

материалы, техника и технология». Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2014. С. 23–26.

4. Дядик В.Ф., Байдали С.А., Криницын Н.С. Теория автоматического управления: учебное пособие. Национальный исследовательский Томский политехнический университет. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. 196 с.

5. Бесекерский В.А., Герасимов А.Н., Порфирьев Л.Ф., Фабрикант Е.А., Фёдоров С.М., Цветков В.И.. 1972 г. Линейные системы автоматического управления. Дифференциальные уравнения и передаточные функции звеньев и автоматических систем. Частотные характеристики динамических звеньев и систем автоматического регулирования.

6. Страшинин Е.Э. Основы теории автоматического управления, Часть 1. Линейные непрерывные системы управления: учебное пособие. Екатеринбург: УГТУ, 2000

Afonin A.N., Aleynikov A.U., Gladishev A.R., Popova A.V.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTROL SYSTEM OF LINKS OF THE SNAKE LIKE ROBOT

The mathematical model of a modular control system of links of the snake like robot for realization of the wave movement considering the moments of the external forces created by adjacent links and external indignations is given in work. As model of the electric drive of a direct current the differential equation of the second order connecting tension of $u(t)$ given on the electric motor, the moment of loading of $M_n(t)$ and an output angle of rotation of a shaft $\theta(t)$ is used. Transfer functions of separate links are calculated, and transfer function of a control system in general is received.

Key words: snake like robot, mathematical model of the movement, distributed control system, sensor, navigation, system of power supply.

Афонин Андрей Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры материаловедения и нанотехнологий.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет

Адрес: Россия, 308007, Белгород, ул. Студенческая, д. 14

E-mail: afonin@bsu.edu.ru

Алейников Андрей Юрьевич, руководитель СКБ ИИТиЕН, старший преподаватель кафедры материаловедения и нанотехнологий.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет.

Адрес: Россия, 308007, Белгород, ул. Студенческая, д. 14

E-mail: aleinikov@bsu.edu.ru

Гладышев Андрей Романович, магистрант 2-го года обучения, техник-проектировщик.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет.

Адрес: Россия, 308007, Белгород, ул. Студенческая, д. 14

E-mail: 1173079@bsu.edu.ru

Попова Анастасия Владимировна, магистрант 2-го года обучения

Белгородский государственный национальный исследовательский университет.

Адрес: Россия, 308007, Белгород, ул. Студенческая, д. 14

E-mail: 1137828@bsu.edu.ru