

DOI: 10.12737/article_5c5062075caa04.28334912

^{1,*}Бобылева Т.Н.¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Россия, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26.

*E-mail: tatyana2211@outlook.com

УСРЕДНЕННАЯ МОДЕЛЬ СЛОИСТЫХ УПРУГО-ПОЛЗУЧИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Аннотация. Композиционные материалы, состоящие из нескольких фаз, широко используются в современном строительстве. В статье рассмотрены механические характеристики упруго-ползучих слоистых композиционных материалов. Каждая из составляющих фаз обладает свойствами упругости, вязкости или ползучести. Многочисленные эксперименты показали, что свойства структурно неоднородных материалов могут значительно отличаться от свойств отдельных компонент, входящих в их состав. Кроме того, быстро осциллирующие коэффициенты дифференциальных уравнений, описывающих такие композиционные материалы, значительно усложняют решение краевых задач даже с помощью современных компьютерных методов. Поэтому для решения таких задач используется метод усреднения, после применения которого исходный неоднородный материал, содержащий изотропные слои, превращается в однородную трансверсально-изотропную среду. Ядра ползучести слоев задаются суммой конечного числа убывающих экспоненциальных функций с коэффициентами одного знака. В этом случае для иллюстрации можно использовать последовательное и параллельное соединения простейших, “наивных” механических моделей вязкоупругого поведения Максвелла и Фойхта. Экспериментально обосновано использование ядер ползучести этого типа. В данной работе показано, что эффективная (усредненная) модель для композиционного материала с указанными свойствами представляет однородную (гомогенизированную) среду, которая описывается ядром ползучести, также представленным конечной суммой экспоненциальных функций. Для слоистого композита, состоящего из слоев двух изотропных упруго-ползучих материалов с ядрами ползучести, соответствующих “наивной” вязкоупругости, усредненный (эффективный) модуль растяжения или сжатия в направлении, перпендикулярном слоям, также будет соответствовать “наивной” вязкоупругости. Предложен алгоритм быстрого и точного расчета усредненных ядер ползучести гомогенизированного материала.

Ключевые слова: композиционный материал, усреднение, гомогенизация, слоистый упруго-ползучий материал, спектральное ядро ползучести.

Введение. Задачи для неоднородных (гетерогенных) материалов возникают во многих областях строительства. Многие строительные материалы являются слоистыми, что является причиной их специфического поведения при деформировании. С помощью метода асимптотического усреднения такой материал преобразуется в однородный, который подчиняется усредненным уравнениям. Этот метод усреднения был разработан в [1, 2], одним из первых его применений были задачи теории упругости [3, 4]. В качестве примера, задача усреднения неоднородной упругой среды с использованием теоретических результатов была решена в [5]. Кроме того, напряженно-деформированное состояние композиционных материалов изменяется в течение длительных интервалов времени. Это следует учитывать при исследовании прочности таких материалов. Проблема изучения реологических свойств актуальна для строительной практики, поскольку ползучесть действует на перераспределение напряжений и в некоторых случаях может привести к недопустимому увеличению деформации. В [6–9] изложены основы теории

наследственной механики Больцмана-Вольтерра. Эта теория описывает процессы, в которых состояние механической системы зависит от всего периода совершаемых над ней действий. Приведены примеры решения задач линейной наследственной теории упругости и нелинейной теории ползучести. В работе [10] построена усредненная модель, описывающая совместное движение слоев, составленных из упругого и вязкоупругого материалов. Получены усредненные уравнения состояния слоистого композита, состоящего из слоев попарно чередующихся ползучих материалов [11]. В работе [12] даны эффективные упругие модули слоистой упруго-ползучей среды.

В статье предлагается метод моделирования напряженно-деформированного состояния слоистых материалов на основе сочетания методов теории усреднения и теории ползучести. В качестве основных реологических соотношений приняты соотношения теории линейной наследственности Больцмана-Вольтерра, согласно которой деформация в момент времени t имеет вид:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[\sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \right], \quad (1)$$

где E – модуль Юнга, σ – напряжение, $K(t-\tau)$ – ядро ползучести, являющееся убывающей функцией [8].

Параметры реологической модели определяются на основе лабораторных испытаний. Ядра ползучести для каждого слоя являются конечными суммами экспоненциальных функций времени. Эксперименты доказывают, что эти функции хорошо описывают ползучесть материалов в течение длительного периода времени. Такие ядра называются спектральными. Кроме того, в ряде работ используются и другие типы ядер, например, ядра Абеля.

Очевидно, что модели могут быть различными для различных материалов, используемых в инженерной практике, таких, как металлы и сплавы, полимеры, волокнистые композиты (с полимерной или металлической матрицей), бетон и дерево. Тем не менее можно использовать те же

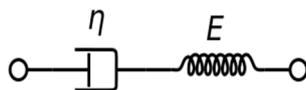


Рис. 1. Модель Максвелла

Модель Максвелла представляет собой вязкоупругую жидкость, модель Фойгта представляет вязкоупругое твердое вещество. Таким образом, модели Фойгта и Максвелла являются простейшими вязкоупругими телами. Модель Максвелла представляет экспоненциальную релаксацию напряжений и линейную ползучесть деформации; ее также называют релаксационным элементом.

Модель Фойгта демонстрирует экспоненциальную ползучесть деформации. Модель применяется при моделировании ползучести в материалах. Чтобы описать реологическое поведение сложного материала, можно комбинировать разными способами модели этих простейших идеальных тел. Существуют также обобщения механических моделей, позволяющих описать физическую нелинейность. В работе [14] модель Максвелла, состоящая из нелинейной пружины, соединенной последовательно с нелинейным демпфером, подчиняющимся степенному закону с постоянными параметрами материала, предложена для представления зависящих от времени свойств различных вязкоупругих материалов. В работе [15] описано численное моделирование напряженно-деформированного состояния в

самые принципы для установления уравнений состояния для этих материалов.

Модели вязкоупругих материалов могут быть построены путем объединения упругих и вязких элементов. Каждый упругий элемент может быть представлен пружинкой с параметром E , который является его модулем Юнга. Каждый вязкий элемент может быть представлен демпфером с параметром η , который представляет собой вязкость материала. Можно построить модель линейной вязкоупругости, рассматривая комбинации упругой пружины и демпфера. Такая модель вязкоупругого тела называется “наивной” [6].

Например, модель Максвелла может быть представлена чисто вязким демпфером и чисто упругой пружинкой, соединенных последовательно, как показано на рисунке 1. Другая двухэлементная модель, модель Фойгта, состоит из пружинки и демпфера, соединенных параллельно, как показано на рисунке 2.

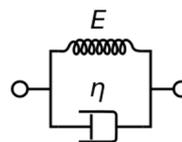


Рис. 2. Модель Фойгта

грунте, подвергнутом волновым процессам. Модели Фойгта и Максвелла используются для описания деформаций грунтового основания и контактирующей с ним бетонной конструкции. Авторы создали свой собственный компьютерный код на основе метода конечных элементов (FEM).

Хорошо известно, что при моделировании упруго-ползучих или вязкоупругих материалов с помощью комбинаций пружин и демпферов передаточная функция (множитель, связывающий преобразование Лапласа напряжений и деформаций) представляет собой сумму простейших дробей с коэффициентами одного знака [6]. Целью настоящей статьи является исследование проблемы сохранения свойства передаточной функции для усредненной модели слоистого композита. Это исследование ответит на следующий вопрос: для каких деформаций слоистого композита мы можем использовать аппроксимирующую модель, состоящую из пружин и демпферов, упомянутых выше.

Постановка задачи и решение. Рассмотрим область Ω , состоящую из попарно чередующихся слоев упруго-ползучих изотропных материалов. Пусть ε – это отношение длины двух соседних слоев к характерному размеру образца, а

толщины каждого отдельного слоя соответственно равны: $\varepsilon_1 = \varepsilon h$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon(1 - h)$, $0 \leq h \leq 1$. Выберем декартову систему координат $Ox_1x_2x_3$. Все слои рассматриваемой области Ω параллельны координатной плоскости Ox_1x_2 . Компоненты тензора напряжений σ_{ij} ($i, j = 1 \div 3$) определяются не только деформацией в данный момент, но и всей предшествующей историей деформации тела. Поэтому уравнения состояния, связывающие компоненты тензоров деформации и напряжений для каждого слоя, следующие [6, 7]:

$$\sigma_{ij}^{(s)} = b_{ijkh}^{(s)} * e_{kh}^{(s)}, \quad (2)$$

где $b_{ijkh} = c_{ijkh} \delta(t) + d_{ijkh}$, $e_{kh}^{(s)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k^{(s)}}{\partial x_h} + \frac{\partial u_h^{(s)}}{\partial x_k} \right)$, ($k, h = 1 \div 3$), ($s = 1, 2$ - номер слоя), u_k - компоненты вектора перемещений, $c_{ijkh}^{(s)}$ - компоненты тензора напряжений, $\delta(t)$ - дельта-функция Дирака, $d_{ijkh}^{(s)}(t, \tau)$ - интегральные операторы Вольтерра, то есть

$$d_{ijkh}^{(s)} * e_{kh} = \int_0^t d_{ijkh}^{(s)}(t - \tau) e_{kh}(\tau) d\tau, \quad (3)$$

и переменная t обозначает время. (Используется соглашение Эйнштейна для повторяющихся индексов.)

Ядра релаксации $d_{ijkh}^{(s)}(t - \tau)$ зависят от разности $t - \tau$. Это следует из условия инвариантности величины σ_{ij} по отношению к началу отсчета времени t . В данной статье ядра релаксации представлены в виде сумм экспоненциальных функ-

$$\lambda(\xi) = \begin{cases} \lambda_1, \xi \in [0; h] \\ \lambda_2, \xi \in [I - h; I] \end{cases} \quad \mu(\xi) = \begin{cases} \mu_1, \xi \in [0; h] \\ \mu_2, \xi \in [I - h; I] \end{cases} \quad D(\xi, t) = \begin{cases} D_1(t), \xi \in [0; h] \\ D_2(t), \xi \in [I - h; I] \end{cases}$$

Выберем ядро ползучести экспоненциального типа для каждого слоя (s - номер слоя, $s = 1, 2$): $D_s(t) = \sum_{j=1}^N d_{js} \exp(-\alpha_{js} t)$, d_{js}, α_{js} - постоянные, $d_{js} < 0$, $\alpha_{js} > 0$ [6].

Применим к уравнениям (4) с учетом (2) преобразование Лапласа во временной области

$$\tilde{f}(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt, \quad (5)$$

В результате получим систему уравнений теории упругости с комплексным параметром p ,

ций, так как такие ядра, как показывают эксперименты, хорошо описывают длительные деформационные процессы.

На горизонтальных поверхностях слоев принимаются условия идеального контакта: компоненты перемещений и компоненты напряжений, параллельные оси x_3 , непрерывны, т.е. $[u_i] = 0, [\sigma_{i3}] = 0, (i = 1 \div 3)$.

Уравнения равновесия элемента сплошной среды имеют вид [9]:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}(x, t)}{\partial x_j} = f_i(x, t), \quad (4)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)$, и $f_i(x, t)$ - компоненты вектора внешних сил.

Для изотропных материалов компоненты тензора упругости и ядер релаксации в (2) имеют следующий вид [6]:

$$c_{ijkh} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kh} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jh} + \delta_{ih} \delta_{jk}),$$

$$d_{ijkh} = -(D_v(t) - \frac{1}{3} D_{sh}(t)) \delta_{ij} \delta_{kh} - \frac{1}{2} D_{sh}(t) (\delta_{ik} \delta_{jh} + \delta_{ih} \delta_{jk})$$

λ, μ - постоянные Ламе, D_{sh} и D_v - регулярные части сдвиговой и объемной релаксации соответственно, δ_{ij} - символ Кронекера. Предположим, что для каждого слоя амплитуда тензора объемной релаксации пропорциональна амплитуде сдвиговой с коэффициентом пропорциональности k_s , то есть: $(D_v)_s = k_s (D_{sh})_s, k_s = \text{const}, k_s > 0$ ($s = 1, 2$). Далее D_{sh} обозначим D .

В задаче все модули упругости и коэффициенты ядер релаксации являются периодическими функциями координаты $\xi = \frac{x_3}{\varepsilon}$ (ε - относительный период ячейки) и являются кусочно-постоянными функциями этой переменной, т.е. имеют следующий вид [12]:

к которой применяем метод усреднения, описанный в [1, 2]. После этого имеем однородную анизотропную среду с усредненными (эффективными) модулями [12]. Изучим некоторые качественные свойства полученных эффективных модулей. Для этого необходимы следующие два утверждения.

Утверждение 1. Пусть

$$f(z) = a_0 + \frac{a_1}{z + z_1} + \dots + \frac{a_N}{z + z_N}, \quad (6)$$

где, как известно из теории вязкоупругости [3], $a_0 > 0, a_i < 0, z_i < 0 (i = 1, \dots, N)$.

Нули y_i и полюса z_i функции $f(z)$ изображены на Рис.3. Тогда обратная функция имеет подобный вид $f^{-1}(z) = a^{-1}_0 + \frac{b_1}{z + y_1} + \dots + \frac{b_N}{z + y_N}$, где y_i

простые нули функции $f(z)$ на отрезке $[z_i, z_{i-1}]$ ($i = 2, \dots, N$), y_1 – простой нуль на отрезке $[z_1, z_0]$, как изображено на рис.4, и b_i ($i = 1, \dots, N$) – положительные постоянные.

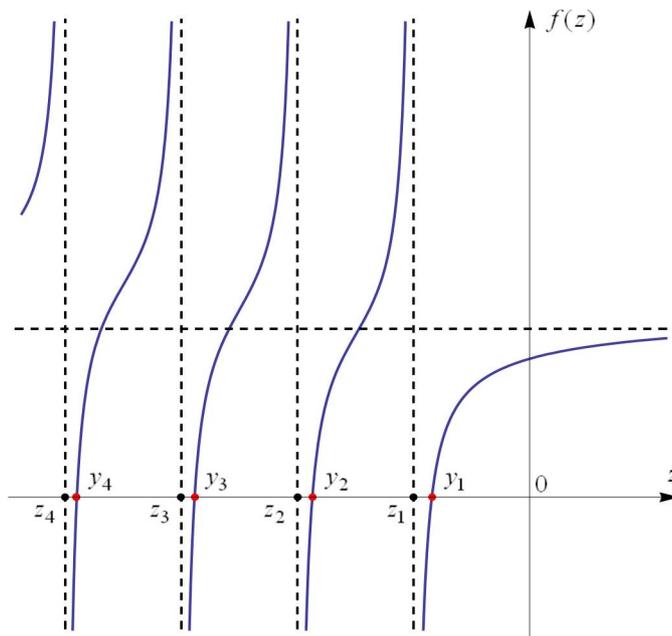


Рис. 3. Нули y_i и полюса z_i ($i = 1 \div 4$) функции $f(z)$

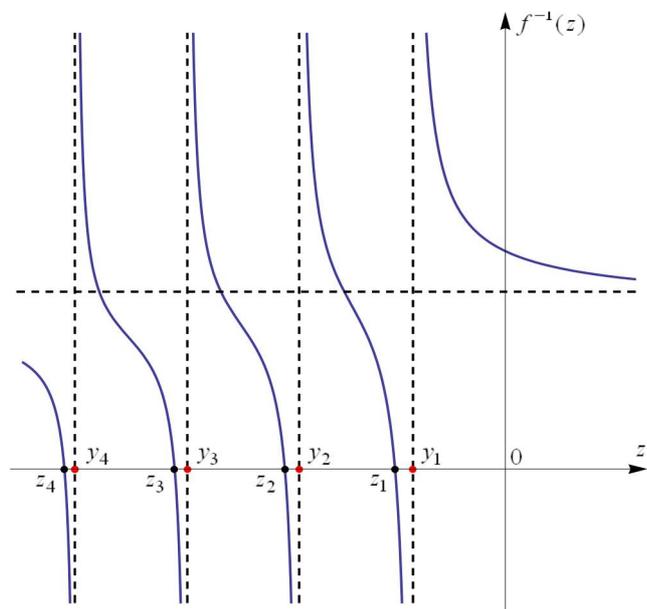


Рис. 4. Нули z_i и полюса y_i ($i = 1 \div 4$) функции $f^{-1}(z)$

Утверждение 2. Пусть $f(z), g(z)$ две функции вида (6). Рассмотрим функцию $q(z) = [hf^{-1}(z) + (1-h)g^{-1}(z)]^{-1}$, где h постоянная, $h \in (0,1)$. Эту функцию можно представить в следующем виде: $q(z) = \hat{a}_0 + \frac{c_1}{z + y_1^*} + \dots + \frac{c_{N+M}}{z + y_{N+M}^*}$,

где $c_i < 0$ ($i = 1, \dots, N + M$). y_i^* – нули функции $r(z) = hf^{-1}(z) + (1-h)g^{-1}(z)$ на отрезках, у которых концы – это точки множеств $\{y_i\}, \{v_j\}$, v_j – нули функции $g(z)$ между ее полюсами, и один из нулей находится между полюсом, ближайшем к началу координат и началом координат

$(i=1, \dots, N, j=1, \dots, M)$. То есть мы берем отрезки, у которых нет внутренних точек из набора $\{y_i\}, \{v_j\}$. Внутри каждого из этих отрезков имеется один корень функции

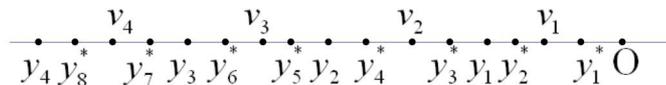


Рис. 5. Нули функций $f(z), g(z), r(z)$

Кроме того, $\hat{a}_0 = [ha_0^{-1} + (1-h)a_1^{-1}]^{-1}$, где a_1 - такая же постоянная для функции $g(z)$, как a_0 для $f(z)$.

Теперь мы используем приведенные выше утверждения для анализа качественных свойств усредненного тензора упруго-ползучей среды. После применения преобразования Лапласа система уравнений равновесия для усредненной среды принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{b}_{ijk}^{\text{hom}}(p) \cdot \tilde{e}_{ih}(p)) = \tilde{f}_i(x, p),$$

где усредненные модули $\tilde{b}_{ijk}^{\text{hom}}(p)$ определены в [2]. В частности, если материалы двух упруго-ползучих слоев изотропны, то модуль, определяющий эффективные упруго-ползучие свойства композиционного материала для перемещений, перпендикулярных плоскости слоев, имеет вид [13]:

$$\tilde{b}_{3333}^{\text{hom}}(p) = \left\langle \frac{1}{L(p) + 2G(p)} \right\rangle^{-1},$$

где $L(p), G(p)$ - функции вида (6), принимающие постоянные значения в каждом слое, переменная z заменяется на p , $\langle f \rangle = hf_1 + (1-h)f_2$ - среднее значение функции f , которая принимает постоянные значения f_1 и f_2 на соседних слоях соответственно.

Для сравнения один из модулей сдвига имеет вид [13]:

$$\tilde{b}_{2323}^{\text{hom}}(p) = \left\langle \frac{L(p)}{L(p) + 2G(p)} \right\rangle \left\langle \frac{L(p)}{L(p) + 2G(p)} \right\rangle^{-1}, \text{ но}$$

если перемножить две функции вида (6) и разложить результат на простые дроби, то коэффициенты этих дробей могут иметь разные знаки. Это противоречит "наивной" теории вязкоупругости.

Прямое использование утверждений 1 и 2 приводит к следующим выводам.

Выводы. Для слоистого композита, состоящего из слоев двух изотропных упруго-ползучих материалов с ядрами ползучести, соответствующих "наивной" вязкоупругости, усредненный (эффективный) модуль растяжения или сжатия в направлении, перпендикулярном слоям, также будет соответствовать "наивной" вязкоупруго-

$r(z) = hf^{-1}(z) + (1-h)g^{-1}(z)$, как показано на рис. 5.

сти. Для таких эффективных модулей новые показатели экспонент можно легко найти, например, методом половинного деления, а коэффициенты экспоненциальных функций из решения систем линейных уравнений. Следует отметить, что для других усредненных модулей утверждение о неизменяемости свойства "наивности" неверно. Предлагаемый метод допускает любые напряжения внутри композитного материала. Слоистая структура с параллельными слоями используется только при построении усредненной (эффективной) модели. После того, как коэффициенты уже найдены в явном аналитическом виде, напряжения внутри рассматриваемого композита не обязаны удовлетворять никаким дополнительным требованиям, в частности перпендикулярности слоям рассматриваемого материала. Предложенная модель может быть использована в любых условиях многоосного напряженно-деформированного состояния.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Олейник О.А., Иосифьян Г.А., Шамаев А.С. Математические задачи теории сильно неоднородных сред. М. Изд-во МГУ, 1990. 311 с.
2. Бардзокас Д.И., Зобнин А.И. Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры. М. Едиторал УРСС, 2003. 376 с.
3. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М. Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
4. Christensen R.M. Mechanics of Composite Materials. New York. J. Wiley-Int.-science, 1979. 348 p.
5. Bobyleva T.N. Approximate Method of Calculating Stresses in Layered Array // Procedia E n g i n e e r i n g 6. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы Математической теории термовязкоупругости. М. Наука, 1970. 281 с.
7. Christensen R.M. Theory of viscoelasticity. New York. Dover Publ, 2010. 384 p.
8. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М. Наука, g

1977. 384 с.
9. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М. Наука, 1988. 712 с.

10. Шамаев А.С., Шумилова В.В. Асимптотическое поведение спектра одномерных колебаний в среде из слоев упругого материала и вязкоупругого материала Кельвина–Фойгта // Современные проблемы механики. Сборник статей. Тр. МИАН. М. МАИК Наука / И

11. Шамаев А.С., Шумилова В.В. Усреднение уравнений состояния для гетерогенной среды, состоящей из слоев двух ползучих материалов // Современные проблемы механики. Сборник статей. Тр. МИАН. М. МАИК Наука/Интерпериодика. 2016. Т. 295. 229–240.

HYPERLINK
"https://doi.org/10.1134/S0371968516040142" \t

Информация об авторах
Бобылева Татьяна Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики. E-mail:tatyana2211@outlook.com. Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Россия, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26.

Поступила в июне 2018 г.
© Бобылева Т.Н., 2019

"_blank" \o "DOI:
h
t 12.Бобылева Т.Н., Шамаев А.С. Эффективный алгоритм расчета усредненных характеристик слоистых грунтов, состоящих из упруго-ползучих материалов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2017. № 4. С. 7–12.

13. Bobyleva T.N. Method of Calculation of Stresses in the Layered Elastic-Creeping Arrays. MATEC Web of Conf. 2016. V. 86. P. 01024. DOI: https:// doi.org/10.1051/matecconf/20168601024

14. Monsia M.D. A Simplified Nonlinear Generalized Maxwell Model for Predicting the Time Dependent Behavior of Viscoelastic Materials // World Journal of Mechanics. 2011. № 1. P. 158-167.

15. Пешенин С.В., Закалюкина И.М., Коваль С.В. Численная реализация моделей Фойгта и Максвелла для моделирования волн в грунте // Вестник МГСУ. 2014. № 11. С.82–89.

^{1,*}Bobyleva T.N.

¹National Research Moscow University of Civil Engineering
Russia, 129337, Moscow, Yaroslavskoe shosse, 26

*E-mail: tatyana2211@outlook.com

AVERAGED MODEL OF LAYERED ELASTIC-CREEPING COMPOSITE MATERIALS

Abstract. Composite materials consisting of several phases are widely used in modern construction. The mechanical characteristics of elastic-creeping layered composite materials are considered in the article. Each of the constituent phases has the properties of elasticity, viscosity or creep. Numerous experiments have shown that the properties of structurally heterogeneous materials can differ significantly from those of the individual components making up the composition. In addition, rapidly changing coefficients of differential equations describing such composite materials greatly complicate the solution of boundary value problems even with the help of computer calculation methods. Therefore, the homogenization method is used to solve such problems, after which the initial inhomogeneous material containing isotropic layers is transformed into a homogeneous transversely isotropic medium. Creep kernels are given by the sum of a finite number of decreasing exponential functions. In this case, for illustration, one can use the series and parallel connections of the simplest mechanical models of the viscoelastic behavior, such as Maxwell and Voigt models. The use of creep kernels of this type is experimentally justified. In this paper, it is shown that an effective (averaged) model for a composite material with the indicated properties is a homogenized medium that is described by a creep kernel, also represented by a sum of exponential functions. For the layered composite of two isotropic elastic-creeping materials with creep kernels corresponding to the simplest viscoelasticity, the averaged (effective) module of expansion or compression in the direction perpendicular to the layers will also correspond to the simplest viscoelasticity. An algorithm for the rapid and accurate calculation of averaged creep kernels of a homogenized material is proposed.

Keywords: composite material, averaging, homogenization, layered elastic-creeping material, spectral creep kernel.

REFERENCES

1. Oleynik O.A., Iosif'yan G.A., Shamaev A.S. Mathematical problems in elasticity and 1992, 397 p.

2. Bardzokas D.I. Zobnin A.I. Mathematical modeling of physical processes in composite materials. Moscow. MSU. 1984, 336 p.

3. Pobedrya B.E. Mechanics of composite materials. Moscow. MSU. 1984, 336 p.

4. Christensen R.M. Mechanics of Composite Materials. New York. Dover Publ. 2010, 384 p.

5. Bobyleva T.N. Approximate Method of Calculating Stresses in Layered Array. Procedia Engineering, 2016, vol. 153, pp. 103–106. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.087

6. Ilyushin A.A., Pobedrya B.E. Foundations of the mathematical theory of thermovisco-elasticity. Moscow. Nauka. 1970, 281 p.

7. Christensen R.M. Theory of viscoelasticity. New York. Dover Publ. 2010, 384 p.

8. Rabotnov Y.N. Mechanics of Deformable Solids. Moscow. Nauka. 1991, 712 p.

9. Shamaev A.S., Shumilova V.V. Asymptotic behavior of spectrum of one-dimensional fluctuations in the environment of the layers of

elastic material and a viscoelastic material of Kelvin-Voigt, Proceedings of MIAS, 2016, vol. 295 (1), pp. 202–212.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0371968516040130>

11. Shamaev A.S., Shumilova V.V. Averaging of the state equations for a heterogeneous medium consisting of two layers of creeping materials. Proceedings of MIAS, 2018, vol. 295 (1), pp. 213–224.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0371968516040142>

12. Bobyleva T.N., Shamaev A.S. An Efficient Algorithm for Calculating Rheological Parameters of Layered Soil Media Composed from Elastic-Creeping Materials. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2017, vol. 54 (4), pp. 224–230. DOI: 10.1007/s11204-017-9462-4

13. Bobyleva T.N. Method of Calculation of Stresses in the Layered Elastic-Creeping Arrays. MATEC Web of Conf, 2016, vol. 86, pp. 01024. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/20168601024>

14. Monsia M.D. A Simplified Nonlinear Generalized Maxwell Model for Predicting the Time Dependent Behavior of Viscoelastic Materials. WIT Transactions on Ecology and the Environment, 2014, vol. 11, pp. 82–89. DOI: 10.22227/1997-0935.2014.11.82-89.

Information about the authors

Bobyleva, Tatiana N. PhD, Assistant professor. E-mail: bobyleva-tn@yandex.ru. National Research Moscow University of Civil Engineering (NRU MGSU). Russia, 129337, Moscow, Yaroslavskoe shosse, 26.

Received in June 2018

Для цитирования:

Бобылева Т.Н. Усредненная модель слоистых упруго-ползучих композиционных материалов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. №1. С. 45–51. DOI: [10.12737/article_5c5062075caa04.28334912](https://doi.org/10.12737/article_5c5062075caa04.28334912)

For citation:

Bobyleva T.N. Averaged model of layered elastic-creeping composite materials. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov, 2019, no. 1, pp. 45–51. DOI: [10.12737/article_5c5062075caa04.28334912](https://doi.org/10.12737/article_5c5062075caa04.28334912)