

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-5-116-125

*\*Дуюн И.А., Кабальянц П.С., Зувев С.В., Дуюн Т.А., Малышев Д.И.**Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова**\*E-mail: duyun77@mail.ru*

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДЕКСА УПРАВЛЯЕМОСТИ И ВЫЯВЛЕНИЕ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА

**Аннотация.** В статье представлена модель, инструментарий, методика и результаты выявления особых положений при планировании движения параллельного манипулятора типа платформы Гью-Стюарта. Под особыми положениями понимаются положения, имеющие геометрическую неопределенность, сингулярность. Сингулярные положения оцениваются посредством анализа матрицы Якоби с использованием ее сингулярного разложения. Вычисление матрицы Якоби и ее сингулярных значений выполняется с применением специальных библиотек высокоуровневого языка программирования Python. Наличие особых положений в рабочей области анализируется с использованием индекса управляемости, характеризующего соотношения сингулярных значений сингулярного разложения матрицы Якоби. Выполнены серии вычислительных экспериментов для расчета индекса управляемости, выявления и анализа особых положений в рабочей зоне. Представлены результаты вычислительного эксперимента для различных конструктивных исполнений платформы, отличающихся соотношением радиусов подвижной платформы и неподвижного основания. Выполнен анализ характерных особенностей формирования зон сингулярности в их рабочих зонах и выявлены конструктивные варианты, имеющие максимальный индекс управляемости рабочей области. Представленный подход применим в рамках разработки, модернизации, оптимизации конструктивных элементов манипуляторов параллельной структуры.

**Ключевые слова** манипуляторы параллельной структуры, особые положения, индекс управляемости, сингулярность, планирование движения, платформа Гью-Стюарта.

**Введение.** Параллельные манипуляторы, имеющие несколько кинематических звеньев, параллельно передающих движение подвижной платформе относительно неподвижного основания, обладают рядом преимуществ по сравнению с механизмами с последовательной конфигурацией звеньев: простота элементов механизма и их сборки, возможность простого масштабирования схемы устройства, высокая жесткость конструкции при относительно малом весе и низкой металлоемкости, способность манипулировать большими нагрузками при низкой энергоемкости, высокая точность перемещения и позиционирования, хорошие динамические характеристики, большие скорости и ускорения [1–5]. Однако, конструктивная особенность в виде параллельных звеньев является также причиной серьезных недостатков. Нелинейная зависимость кинематики и динамики механизма в зависимости от точки рабочей области приводит к анизотропии и неоднородности динамических, упругих и скоростных свойств, а также возможности интерференции (пересечения) отдельных кинематических цепей. Это в свою очередь является причиной особых положений в виде геометрической неопределенности, в которых может произойти потеря устойчивости. Геометрическая неопределенность ставит под угрозу работу манипулятора, при прохождении таких зон существенно

снижается производительность, а в худшем случае может произойти полный отказ при заклинивании механизма. Поэтому усилия ряда ученых направлены на разработку надежных алгоритмов планирования движения [6–10].

Планирование движения параллельного манипулятора связано с решением прямой задачи кинематики, заключающейся в определении координат рабочего органа в зависимости от длин выдвижения штоков, и обратной задачи кинематики – определения длин выдвижения штоков по заданным координатам рабочего органа [11–15]. Ряд исследователей применяют аналитический подход, при этом прямая задача кинематики не имеет четко формализованного решения и требует применения более сложных математических методов по сравнению с решением обратной задачи, решение которой в общем случае сводится к решению шести нелинейных уравнений для шестистепенных манипуляторов типа платформы Гью-Стюарта 6-6. Математические подходы, применяемые для решения прямой задачи кинематики, можно условно разделить на две группы: использование аппарата векторной алгебры и аналитической геометрии. При использовании аппарата векторной алгебры координаты рабочего органа выражаются через орты подвижной системы координат посредством векторов, связывающих основание и подвижную платформу,

или через составляющие матрицы поворота. При использовании аналитической геометрии конструкция представлена в виде геометрических соотношений пространственной конфигурации. Решение задачи прямой кинематики для параллельного манипулятора считается сложным в вычислительном отношении и трудоемким процессом из-за связанных нелинейных уравнений, которые сложно решать аналитически. В данной работе предлагается применить искусственные нейронные сети (ИНС) для решения прямой кинематики параллельного манипулятора. ИНС известны своей способностью представлять нелинейные отношения между входными и выходными данными, они обладают большими способностями к обучению и способны учиться на примерах.

В настоящее время существуют две стратегии решения проблемы геометрической неопределенности манипулятора при прохождении зоны сингулярности: методы, основанные на безопасном прохождении зоны сингулярности, и алгоритмы планирования движения в обход зон сингулярности. В рамках первого варианта стратегии предложены методы: ограничения крутящего момента двигателей при прохождении зоны сингулярности и установлении критериев устойчивости в виде определения производных высших порядков кинематических величин или создания оптимальных динамических условий [14, 15]; использования активных масс посредством отключения основных приводов исполнительных механизмов и включения массовых приводов в близости зон сингулярности; применения физических критериев для прохождения зон сингулярности [16]. Однако наиболее надежными, по мнению ряда исследователей, являются алгоритмы планирования движения с целью исключения и обхода зон сингулярности.

Виейра и другие в своей статье [10] представили следующую методику планирования движения параллельного манипулятора: для определения положений платформы, в которых возникает неопределенность, используется моделирование методом Монте-Карло, на основе этого моделирования вычисляются вероятности отказа для нескольких конфигураций рабочего пространства манипулятора и полученные результаты используются для обучения искусственной нейронной сети. Нейронная сеть применена в этой методике с целью преодоления вычислительной неэффективности метода Монте-Карло. Полученная модель оценивается с помощью итеративной стратегии, которая использует генетические операторы для вычисления оптимальных траекторий,

избегая областей, на которые в значительной степени влияют неопределенности. В качестве примера применения и отработки предложенной методики используется манипулятор 3RRR.

Мерле [14] пишет о концепциях матрицы Якоби (Jacobian matrix), манипулируемости (manipulability) и числах обусловленности (condition number) как о показателях точности параллельных роботов с учетом оптимальности конструкции, заключающейся в исключении таких положений платформы, при которых могут возникать ошибки позиционирования платформы. Основным критерием вероятности возникновения неопределенности в текущей работе принят индекс управляемости (dexterity index). Шанг [15] производит сравнение двух параллельных манипуляторов по критерию точности, базирываясь, в том числе, на индексе управляемости.

В данной работе применена идея Виейра, заключающаяся в использовании результатов моделирования в виде положений платформы и вероятностей возникновения в них неопределенностей, для последующего обучения нейронной сети с целью быстрой работы по планированию оптимальной траектории платформы с избеганием положений, которые могут привести к отказу манипулятора. Представлена методика, инструментарий и результаты первого этапа: моделирования особых положений манипулятора типа платформы Гью-Стюарта с использованием расчета индекса управляемости по методике, описанной в работе Шанга.

**Основная часть.** Целью работы является создание интеллектуальной системы (ИС) для планирования движения роботизированной платформы Гью-Стюарта, а первым этапом реализации поставленной цели – разработка модели платформы, с использованием которой можно выполнять исследование особых положений. Модель платформы должна осуществлять возможность решения прямой и обратной задачи кинематики, а также проведения статического анализ сил. Поскольку эта задача является достаточно трудоемкой, было принято решение использовать специализированную библиотеку Basic robotics [17], реализующую перечисленные функции на высокоуровневом языке программирования Python. Также были использованы другие необходимые библиотеки: Numpy [18], Pandas [19], Matplotlib [20].

Используя библиотеку Basic robotics [17], представляется возможным создать объект платформы по заданным параметрам, после чего вызывать функции для сгенерированного объекта платформы, например, изменять положение подвижного основания (рис. 1).

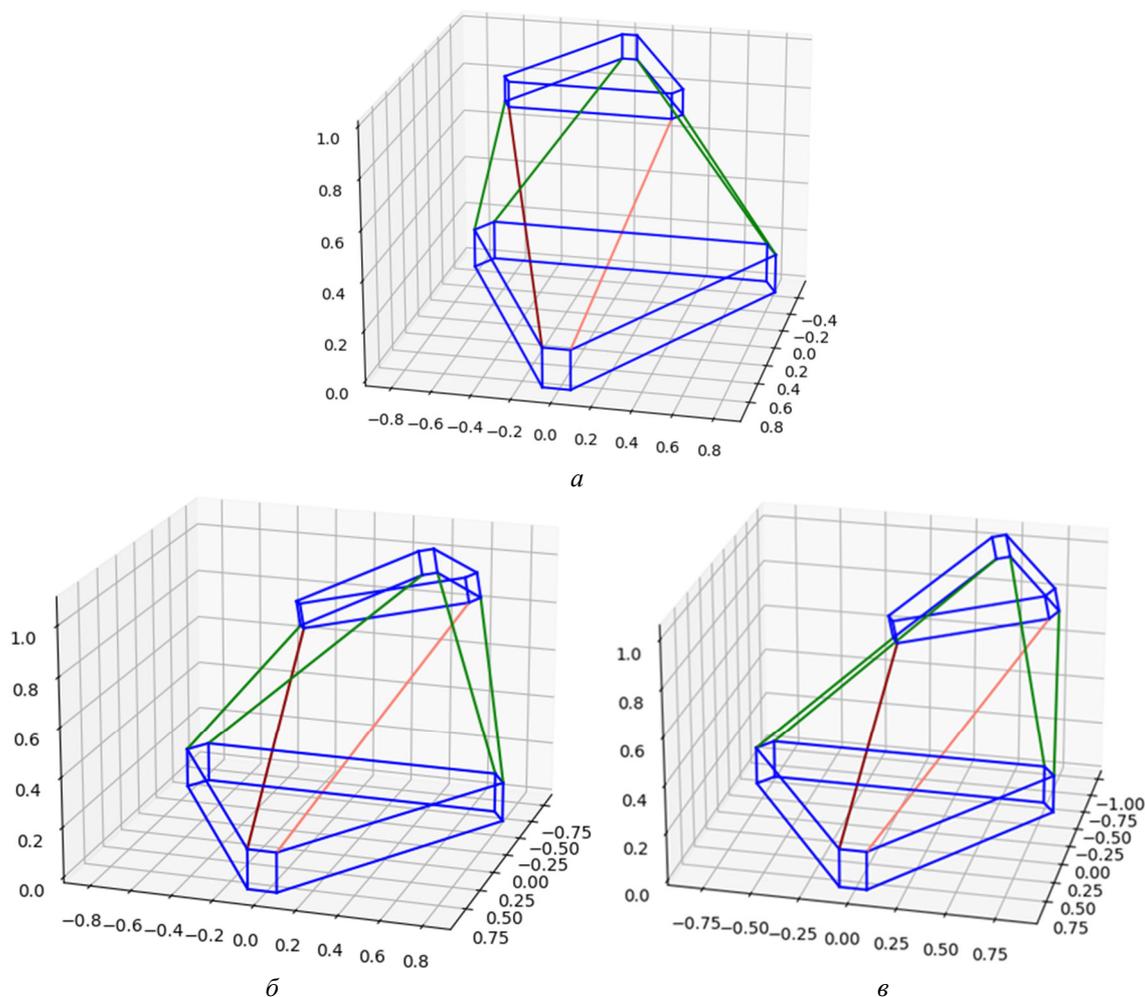


Рис. 1. Визуализация изменения положения верхней платформы:

*a* – начальное положение, *б* – промежуточное положение, *в* – конечное положение

Анализ сингулярных положений платформы, то есть положений, в которых происходит геометрическая неопределённость, выполняют обычно по матрице Якоби. Матрица Якоби связывает скорости обобщенных координат и рабочего органа. Содержание и структура матрицы Якоби зависит от конструктивных параметров робота и изменяется в каждом новом положении при осуществлении движения по заданной траектории. Сингулярные положения могут быть вызваны различными причинами, например, бесконечным множеством решений в уравнениях обратной задачи кинематики или располагаться в

окрестности границы рабочей области. В сингулярных конфигурациях ограниченные значения скорости, силы и вращающего момента рабочего органа могут соответствовать неограниченным значениям обобщенных скоростей и вращающих моментов. Нулевое значение определителя матрицы Якоби говорит о том, что соответствующая конфигурация является сингулярной.

Матрица Якоби для платформы Гью-Стюарта в общем виде выглядит следующим образом:

$$A[x'n \ y'n \ z'n \ \varphi' \ \beta' \ \gamma']^T = (-B)[\theta'_1 \ \theta'_2 \ \theta'_3 \ \theta'_4 \ \theta'_5 \ \theta'_6]^T,$$

где *A* и *B* – матрицы частных производных от неявной функции по *xn, yn, zn, φ, β, γ* и от неявной функции по обобщенным координатам  $\theta_i$ ;  $[x'n \ y'n \ z'n \ \varphi' \ \beta' \ \gamma']^T$  – абсолютные скорости центра выходного звена;  $[\theta'_1 \ \theta'_2 \ \theta'_3 \ \theta'_4 \ \theta'_5 \ \theta'_6]^T$  – обобщенные скорости во вращательных шарнирах  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ .

Неявная функция между обобщенными и абсолютными координатами имеет вид:

$$F_i(xn, yn, zn, \varphi, \beta, \gamma, \theta_i) = 0.$$

Для решения задачи необходимо учесть положения входных звеньев, описываемых углами  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ , а также значения координат *xn, yn, zn* положения центра платформы  $A_0$  и углов Эйлера  $\varphi, \beta, \gamma$  поворота платформы.

В общем случае может возникнуть три вида сингулярности: сингулярной является матрица  $B$  (первый тип), сингулярной является матрица  $A$  (второй тип), сингулярными являются обе матрицы  $A$  и  $B$  (третий тип). В любом из вариантов сингулярность является препятствием движению манипулятора и ее необходимо избегать при планировании движения манипулятора. Существуют различные способы анализа сингулярности матрицы Якоби. В данной работе для этой цели применяется сингулярное разложение, декомпозиция вещественной матрицы и приведение ее к каноническому виду.

Предлагается генерировать множество точек пространства, после чего для каждой точки вычислять и анализировать соответствующую этому положению матрицу Якоби при условии нахождения центра верхней платформы в сгенерированной точке.

От количества точек будет зависеть точность результатов: чем больше будет точек и чем ближе они будут друг к другу, тем большее количество возможных положений платформы будет проанализировано. Однако с ростом количества точек растет и трудоемкость вычислений. Была написана функция для генерации пространства точек в виде куба. Предполагается, что все точки данного пространства находятся в рабочей области. Такое допущение связано с тем, что рабочая область платформы Стюарта представляет собой сложное пространство и для упрощения анализа механизма робота используется не все пространство, а только некоторая кубическая область, каждая точка которой входит в рабочую зону. На рисунке 2 представлены сформированные области с разным количеством точек.

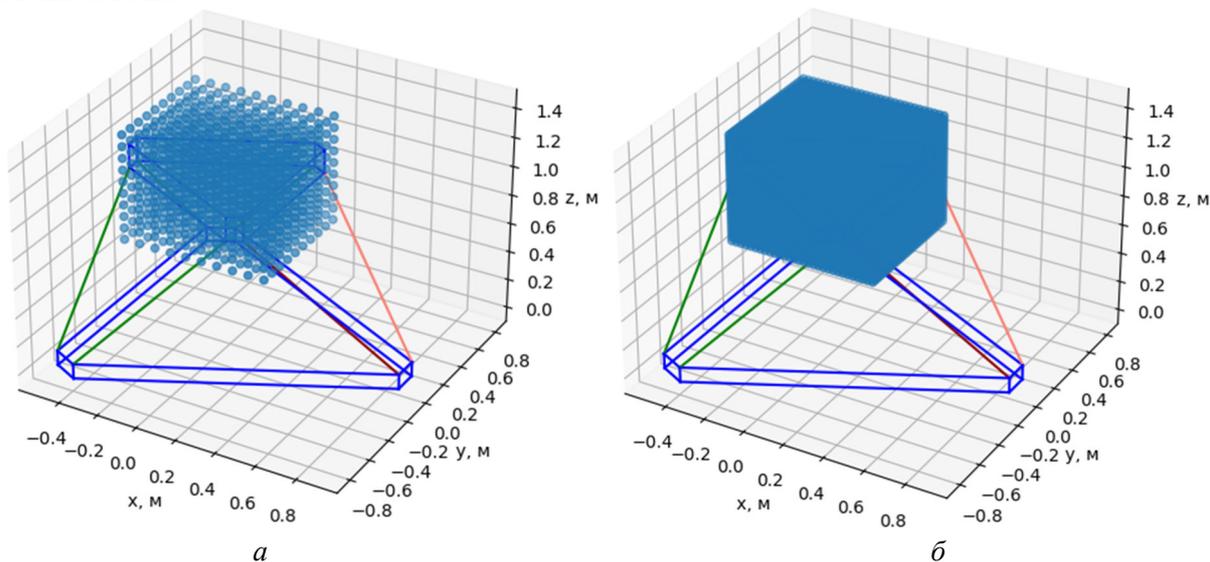


Рис. 2. Сгенерированные области точек:  $a$  – 1000 точек,  $b$  – 27000 точек

Далее основная идея заключается в том, чтобы для каждой точки сгенерированного пространства рассчитать индекс управляемости. Существуют разные способы расчета данного индекса, однако в данной работе был использован следующий метод:

$$di_i = \frac{SVD_{min}}{SVD_{max}}$$

где  $SVD_{min}$  и  $SVD_{max}$  – это минимальное и максимальное сингулярные значения матрицы Якоби.

Для получения матрицы Якоби была использована соответствующая встроенная функция

библиотеки Basic robotics, а для расчета сингулярных значений матрицы Якоби – функция `svd` из библиотеки NumPy.

Для примера приведем указанные параметры для положений платформы, представленных на рисунке 1. Координаты центра платформы соответственно в начальном, промежуточном и конечном положениях –  $[0, 0, 0, 0, 0, 0]$ ,  $[-0.3, 0.3, 1, 0.2, 0, 0]$ ,  $[-0.5, 0.4, 1, 0.2, 0.15, -0.05]$ .

Матрицы Якоби соответственно для начального, промежуточного и конечного положений:

$$\begin{bmatrix} -0.018 & -0.711 & -0.343 & -0.602 & -0.335 & 0.725 \\ 0.018 & -0.711 & 0.343 & -0.602 & 0.335 & 0.725 \\ 0.6245 & 0.340 & -0.343 & 0.591 & -0.354 & 0.725 \\ 0.607 & 0.371 & 0.343 & 0.011 & -0.688 & 0.725 \\ -0.607 & 0.371 & -0.343 & 0.011 & 0.688 & 0.725 \\ -0.625 & 0.340 & 0.343 & 0.5907 & 0.354 & 0.725 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.040 & -0.655 & -0.068 & -0.811 & -0.012 & 0.586 \\ -0.0332 & -0.636 & 0.467 & -0.656 & 0.469 & 0.591 \\ 0.771 & 0.418 & -0.256 & 0.342 & -0.057 & 0.939 \\ 0.694 & 0.377 & 0.460 & -0.324 & -0.431 & 0.842 \\ -0.548 & 0.254 & -0.570 & -0.223 & 0.792 & 0.568 \\ -0.643 & 0.302 & -0.021 & 0.304 & 0.692 & 0.654 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.043 & -0.563 & -0.009 & -0.880 & 0.0590 & 0.471 \\ -0.041 & -0.568 & 0.483 & -0.716 & 0.482 & 0.505 \\ 0.795 & 0.406 & -0.136 & 0.142 & 0.052 & 0.988 \\ 0.656 & 0.343 & 0.502 & -0.495 & -0.266 & 0.827 \\ -0.528 & 0.225 & -0.640 & -0.336 & 0.767 & 0.546 \\ -0.630 & 0.250 & -0.257 & 0.057 & 0.782 & 0.621 \end{bmatrix}$$

Сингулярные значения матрицы Якоби соответственно для начального, промежуточного и конечного положений:

$$[1.776 \ 1.654 \ 1.654 \ 0.840 \ 0.451 \ 0.451],$$

$$[1.900 \ 1.752 \ 1.564 \ 0.706 \ 0.466 \ 0.285],$$

$$[2.013 \ 1.746 \ 1.445 \ 0.578 \ 0.433 \ 0.187].$$

Индекс управляемости соответственно для начального, промежуточного и конечного положений: 0.254, 0.145, 0.093. Из представленных результатов явно прослеживается, что индекс управляемости снижается при движении от центра к периферии рабочей области, что соответствует традиционным представлениям.

В общем случае индекс управляемости может принимать значения в диапазоне [0, 1]. Чем

более индекс управляемости приближен к нулю, тем сильнее возникает геометрическая неопределенность. Таким образом, нулевое значение индекса управляемости представляет собой сингулярность, а единичное значение изотропное положение.

**Результаты.** По представленной выше методике выполнен вычислительный эксперимент и на рисунке 3 приведены его результаты: визуализация рассчитанных значений индексов управляемости в кубическом пространстве для 27000 точек. Зоны высокой сингулярности отмечены темно синим цветом и расположены симметрично относительно исследуемой рабочей зоны, что связано с геометрической симметричностью конструкции.

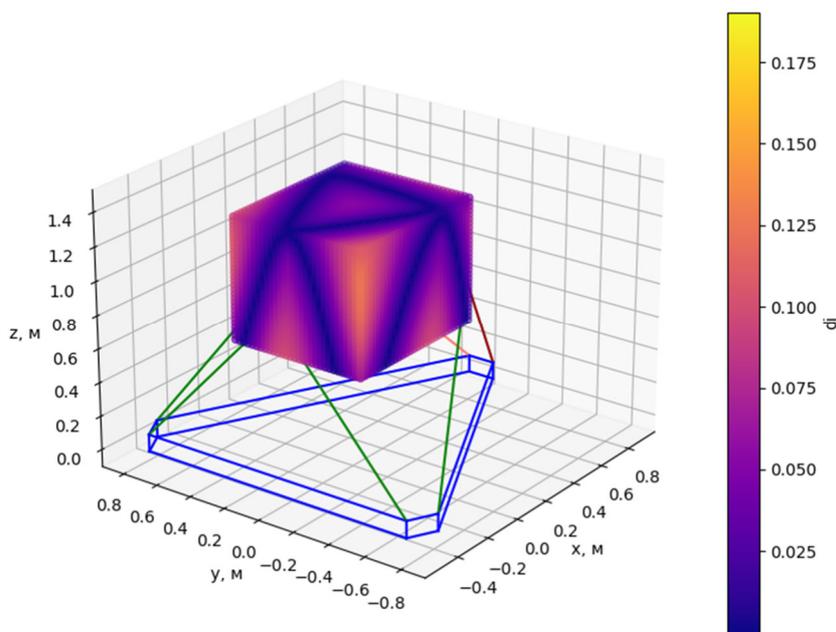


Рис. 3. Рассчитанные значения индекса управляемости для 27 000 точек

Для более детального понимания полученного результата была написана подпрограмма для возможности “рассечения” куба, результат работы которой представлен на рисунке 4.

Результаты по полученным индексам управляемости для 27000 точек обобщены в таблице 1, где  $sw$  – это выраженное в процентах соотношение области точек, в которых платформа имеет допустимый индекс управляемости, то есть выполняется условие  $di > cdi$ .

В качестве критического значения индекса управляемости принято значение 0,1 [12]. Исходя

из полученных результатов, можно сделать вывод о том, что только 22 % точек находятся в допустимом значении индекса управляемости для исследуемого конструктивного исполнения.

Как отмечалось ранее, сингулярные положения обусловлены конструктивными параметрами платформы, в данном случае важно обратить внимание на соотношение радиусов основания к подвижной платформе. Было сделано предположение, что от этого соотношения зависит объем пространства с допустимым индексом управляемости. Оставляя прежними все другие параметры платформы, а также, рассчитывая аналогичным

образом пространство с точками в количестве 27000, была проведена серия экспериментов, в

которых изменялся радиус подвижной платформы. Результаты эксперимента представлены в таблице 2.

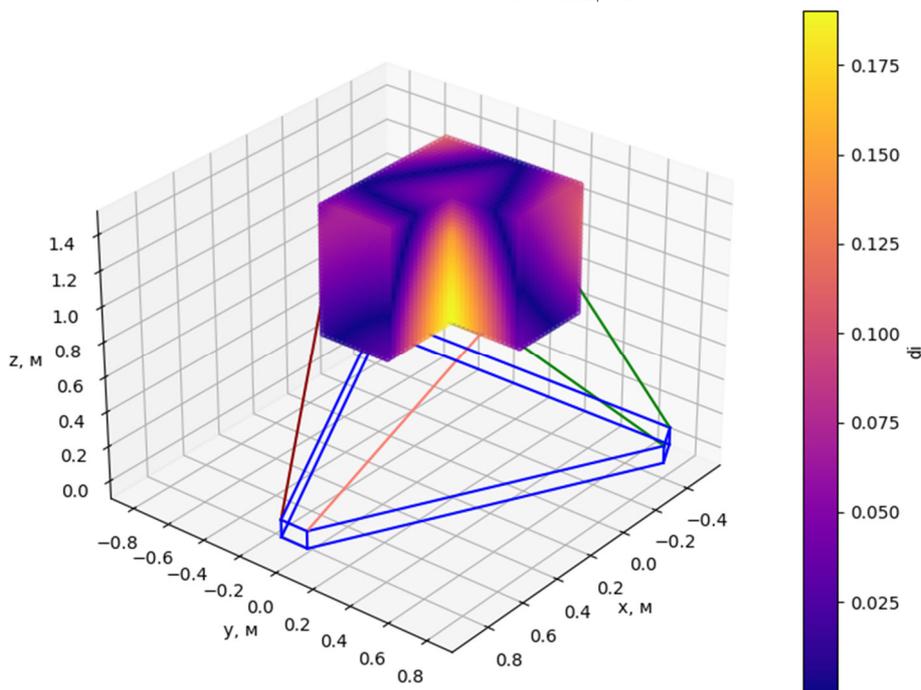


Рис. 4. Визуализация значений индексов управляемости для 27000 точек с разрезом

Таблица 1

**Результаты вычисления индексов управляемости**

| $di_{min}$ | $di_{max}$ | $di_{avg}$ | $cw, \%$ | $r_b/r_t$ |
|------------|------------|------------|----------|-----------|
| 0,19       | 6,4510-6   | 0,07       | 22       | 1,8       |

Таблица 2

**Результаты эксперимента с изменением радиуса подвижной платформы**

| $r_b/r_t$  | 0,75  | 0,80  | 0,85  | 0,90  | 0,95  | 1,00  | 1,05  | 1,10  | 1,15  | 1,20  | 1,25  |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $cw, \%$   | 49,70 | 53,44 | 56,73 | 58,99 | 60,60 | 61,19 | 59,83 | 58,57 | 55,80 | 53,07 | 50,13 |
| $di_{avg}$ | 0,12  | 0,13  | 0,15  | 0,17  | 0,19  | 0,2   | 0,19  | 0,17  | 0,16  | 0,14  | 0,13  |

Для более наглядной демонстрации результатов серий экспериментов были построены графики, представленные на рисунке 5.

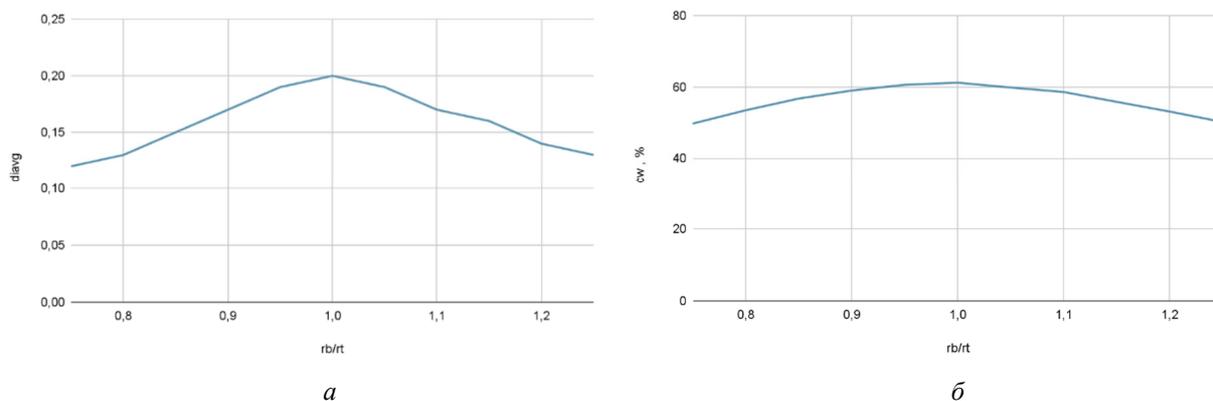


Рис. 5. Результаты вычислительного эксперимента по исследованию конструктивных исполнений соотношений радиусов подвижного и неподвижного оснований платформ: а – график зависимости  $di_{avg}$  от  $r_b/r_t$ , б – график зависимости  $cw$  от  $r_b/r_t$

Анализируя полученные зависимости, можно сделать вывод о том, что при заданных геометрических параметрах платформы, наиболее удовлетворительными показателями с точки зрения среднего индекса управляемости и процентного соотношения количества точек, в которых платформа имеет допустимый индекс управляемости, обладает конструкция платформы с

равными радиусами подвижной платформы и основания. Далее в работе будет использована именно такая конфигурация.

Кроме того, представляет интерес визуализация значений индексов управляемости для 27000 точек для случая равенства нижней и верхней платформ (рис. 6).

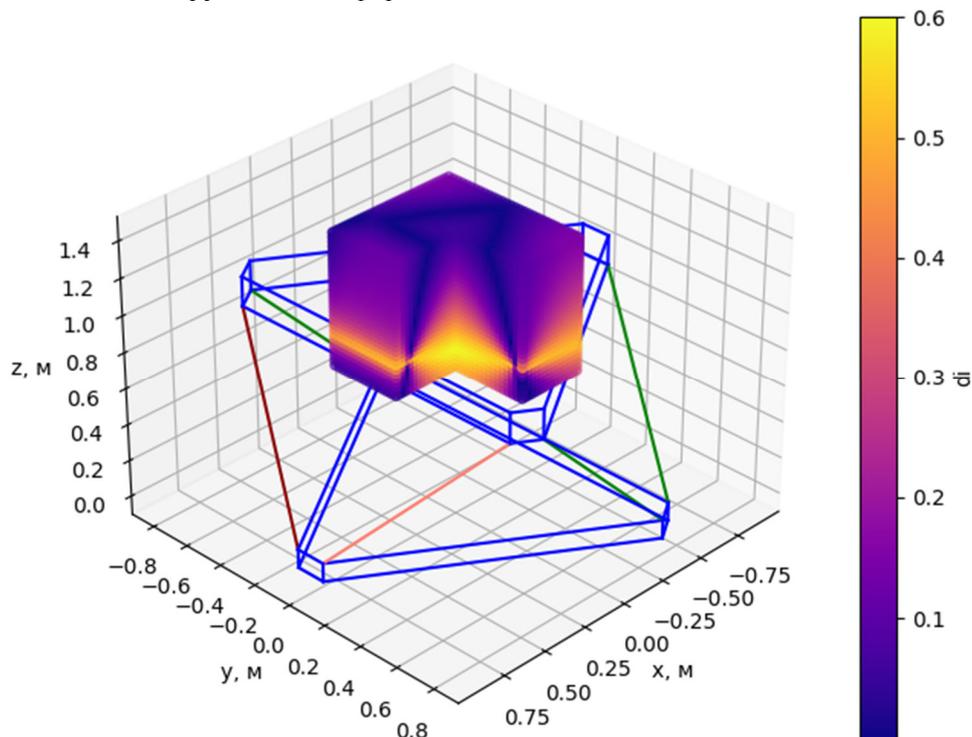


Рис. 6. Визуализация значений индексов управляемости для 27000 точек с разрезом для конструктивного исполнения при равенстве радиусов подвижной платформы и неподвижного основания

**Выводы.** Представленная модель манипулятора типа платформы Гью-Стюарта и методика определения особых положений посредством вычисления индекса управляемости показывает хорошие результаты и может использоваться при планировании движения параллельного манипулятора с целью обхода зон высокой сингулярности, что повысит надежность его функционирования. Методика позволяет прорабатывать конструктивные варианты параллельного манипулятора, оценивать влияние отдельных конструктивных элементов на особенности формирования рабочей зоны, выявлять проблемные зоны с высокой сингулярностью, выполнять оптимизацию конструкции по критерию максимального индекса управляемости рабочей зоны. Представленный подход применим в рамках разработки, модернизации, оптимизации конструктивных элементов манипуляторов параллельной структуры.

**Источник финансирования.** Работа выполнена в рамках Программы «Приоритет 2030» на базе Белгородского государственного техно-

логического университета им. В.Г. Шухова с использованием оборудования на базе Центра высоких технологий БГТУ им. В.Г. Шухова.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ермилов Г.С. Разработка систем управления тренажера на основе платформы Стюарта // Colloquium-Journal. 2020. № 12-1 (64). С. 11–21. DOI:10.24411/2520-6990-2020-11786.
2. Лопатин А.А. Разбор механизмов с шестью степенями свободы и практического применения на примере платформы Гью-Стюарта // Современные проблемы теории машин. 2020. № 9. С. 33–36. DOI:10.26160/2307-342X-2020-9-33-36.
3. Грешняков П.И. Совершенствование пневматической системы управления платформы Стюарта // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2016. Т. 15. № 1. С. 151–162.
4. Кольцов А.Г., Блохин Д.А., Хабаров А.В. Влияние кинематических характеристик плат-

формы Стюарта на точность перемещения измерительного механизма // Динамика систем, механизмов и машин. 2014. № 2. С. 296–299.

5. Сопин П.К., Гайнуллина Я.Н. Разработка конструкции стенда-симулятора на основе платформы Стюарта-Гауфа // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2015. № 5(313). С. 142–145.

6. Ider S.K. Inverse dynamics of parallel manipulators in the presence of drive singularities // Mech. Mach. Theory. 2005. Vol 40. Pp. 33–44. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2004.05.007.

7. Briot S., Arakelian V. Optimal force generation in parallel manipulators for passing through the singular positions // Int. J. Robot. Res. 2008. Vol 27. pp. 967–983. DOI: 10.1177/0278364908094403.

8. Parsa S.S., Boudreau R., Carretero J.A. Reconfigurable mass parameter  $s$  to cross direct kinematic singularities in parallel manipulators // Mech. Mach. Theory. 2015. Vol 85. Pp. 53–63. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2014.10.008

9. Briot S., Pagis G., Bouton N., Martinet P. Degeneracy conditions of the dynamic model of parallel robots // Multibody Syst. Dyn. 2006. Vol 37. pp. 371–412. DOI:10.1007/s11044-015-9480-9.

10. Vieira H.L., da Silva M.M., Beck A.T. Reliable motion planning for parallel manipulators // Mech. Mach. Theory. 2019. Vol 140. Pp. 553–566. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2019.06.022.

11. Дуюн И.А., Корнилов А.В., Дуюн Т.А. Применение интерфейса Python-Adams для моделирования работы платформы Гью-Стюарта // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2022. № 10. С. 96–106. DOI:10.34031/2071-7318-2022-7-10-96-106.

12. Дуюн И.А., Горлов А.С., Дуюн Т.А. Совместное моделирование движения параллельного манипулятора с использованием Adams-Matlab // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2022. № 11. С. 108–119. DOI:10.34031/2071-7318-2022-7-11-108-119.

13. Дуюн И.А., Дуюн Т.А. Моделирование траектории движения роботизированной платформы с использованием виртуального прототипа и интерфейса Python-Adams // СТИН. 2022. № 12. С. 34–37.

14. Merlet J. P. Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots // Journal of Mechanical Design. 2006. Vol. 128. Pp. 199–206. DOI:10.1115/1.2121740.

15. Shang W., Cong S. Dexterity and Adaptive Control of Planar Parallel Manipulators With and Without Redundant Actuation // Journal of Computational and Nonlinear Dynamics 2015. Vol. 10. Pp. 12–23. DOI:10.1115/1.4027581.

16. Vieira H.L., de Carvalho Fontes J.V., Beck A.T., da Silva M.M. Robust Critical Inverse Condition Number for a 3RRR Robot Using Failure Maps // Springer International Publishing. Pp. 285–294. DOI:10.1007/978-3-319-67567-1\_27.

17. Библиотека Basic robotics [Электронный ресурс]. URL: [https://github.com/64-B1T/basic\\_robotics](https://github.com/64-B1T/basic_robotics) (дата обращения: 09.01.2023).

18. Библиотека Numpy [Электронный ресурс]. URL: <https://numpy.org/> (дата обращения: 09.01.2023).

19. Библиотека Pandas [Электронный ресурс]. URL: <https://pandas.pydata.org/> (дата обращения: 09.01.2023).

20. Библиотека Matplotlib [Электронный ресурс]. URL: <https://matplotlib.org/> (дата обращения: 09.01.2023).

#### *Информация об авторах*

**Дуюн Иван Александрович**, студент кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем. E-mail: [duyun77@mail.ru](mailto:duyun77@mail.ru). Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Кабалянц Петр Степанович**, кандидат технических наук, доцент кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Зуев Сергей Валентинович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Дуюн Татьяна Александровна**, доктор технических наук, заведующий кафедрой технологии машиностроения. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Малышев Дмитрий Иванович**, кандидат технических наук, младший научный сотрудник. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. E-mail: [malyshev.d.i@ya.ru](mailto:malyshev.d.i@ya.ru). Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Поступила 07.01.2023 г.

© Дуюн И.А., Кабелянц П.С., Зуев С.В., Дуюн Т.А., Малышев Д.И., 2023

**\*Duyun I.A., Kabalyants P.S., Zuev S.V., Duyun T.A., Malyshev D.I.**

*Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhova*

*\*E-mail: duyun77@mail.ru*

## DETERMINATION OF THE DEXTERITY INDEX AND DETECTION OF SPECIAL POSITIONS OF THE PARALLEL MANIPULATOR

**Abstract.** *The article presents a model, tools, methodology and results of identifying special provisions when planning the movement of a parallel manipulator such as the Gough-Stewart platform. Special positions are understood as positions having geometric uncertainty, singularity. Singular positions are estimated by analyzing the Jacobian matrix using its singular value decomposition. The calculation of the Jacobi matrix and its singular values is performed using special libraries of the high-level Python programming language. The presence of special positions in the workspace is analyzed using the dexterity index, which characterizes the ratios of the singular values of the singular value decomposition of the Jacobian matrix. A series of computational experiments are carried out to calculate the dexterity index, identify and analyze special positions in the working area. The results of a computational experiment for various design versions of the platform, which differ in the ratio of the radii of the movable platform and the fixed base, are presented. The analysis of the characteristic features of the formation of singularity zones in their working zones is carried out and design options are identified that have the maximum dexterity index of the working area. The presented approach is applicable in the framework of the development, modernization, optimization of structural elements of parallel structure manipulators.*

**Keywords:** *parallel structure manipulators, special positions, dexterity index, singularity, motion planning, Gough-Stewart platform.*

### REFERENCES

1. Ermilov G.S. Development of simulator management systems based on the Stuart platform [Razrabotka sistem upravleniya trenazhera na osnove platformy Styuarta]. Colloquium-Journal. 2020. No. 12-1 (64). Pp. 11–21. DOI:10.24411/2520-6990-2020-11786. (rus)
2. Lopatin A.A. Parsing of mechanisms with six degrees of freedom and practical application on the example of the Gew-Stewart platform [Razbor mekhanizmov s shest'yu stepenyami svobody i prakticheskogo primeneniya na primere platformy G'yu-Styuarta]. Modern problems of machine theory. 2020. No. 9. Pp. 33–36. DOI:10.26160/2307-342X-2020-9-33-36. (rus)
3. Greshnyakov P.I. Stewart platform pneumatic control system development and characteristic research [Sovershenstvovanie pnevmaticheskoy sistemy upravleniya platformy Styuarta]. Bulletin of the Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolev (National Research University). 2016. Vol. 15. No. 1. Pp. 151–162. DOI:10.18287/2412-7329-2016-15-1-151-162 (rus)
4. Koltsov A.G., Blokhin D.A., Khabarov A.V. Influence of the kinematic characteristics of the Stuart platform on the accuracy of movement of the measuring mechanism [Vliyaniye kinematicheskikh harakteristik platformy Styuarta na tochnost' peremeshcheniya izmeritel'nogo mekhanizma]. Dynamics of systems, mechanisms and machines. 2014. No 2. Pp. 296–299. (rus)
5. Sopin P.K., Gaynullina Ya.N. Design booth-simulation based on the stewart-gough platform [Razrabotka konstrukcii stenda-simulyatora na osnove platformy Styuarta-Gaufa]. Fundamental and applied problems of engineering and technology. 2015. No. 5(313). Pp. 142–145. (rus)
6. Ider S.K. Inverse dynamics of parallel manipulators in the presence of drive singularities. Mech. Mach. Theory. 2005. Vol. 40. Pp. 33–44. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2004.05.007.
7. Briot S., Arakelian V. Optimal force generation in parallel manipulators for passing through the singular positions. Int. J. Robot. Res. 2008. Vol. 27. Pp. 967–983. DOI:10.1177/0278364908094403.
8. Parsa S.S., Boudreau R., Carretero J.A. Reconfigurable mass parameter  $s$  to cross direct kinematic singularities in parallel manipulators. Mech. Mach. Theory. 2015. Vol. 85. Pp. 53–63. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2014.10.008
9. Briot S., Pagis G., Bouton N., Martinet P. Degeneracy conditions of the dynamic model of parallel robots. Multibody Syst. Dyn. 2006. Vol. 37. Pp. 371–412. DOI:10.1007/s11044-015-9480-9.
10. Vieira H.L., da Silva M.M, Beck A.T. Reliable motion planning for parallel manipulators. Mech. Mach. Theory. 2019. Vol. 140. Pp. 553–566. DOI:10.1016/j.mechmachtheory.2019.06.022.

11. Duyun I.A., Kornilov A.V., Duyun T.A. Evaluation of kinematic and dynamic parameters of the Hough-Stewart platform using a virtual prototype [Primenenie interfejsa Python-Adams dlya modelirovaniya raboty platformy G'yu-Styuarta]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2022. Vol. 7. No. 10. Pp. 96–106. DOI:10.34031/2071-7318-2022-7-10-96-106. (rus)

12. Duyun I.A., Gorlov A.S., Duyun T.A. Co-simulation parallel manipulator movements using Adams-Matlab [Sovmestnoe modelirovanie dvizheniya paralelnogo manipulyatora s ispol'zovaniem Adams-Matlab]. Bulletin of the Belgorod state technological university named after V.G. Shukhova. 2022. Vol. 7. No 11. Pp. 108–119. DOI:10.34031/2071-7318-2022-7-11-108-119. (rus)

13. Duyun I.A., Gorlov A.S., Duyun T.A. Modeling the trajectory of a robotic platform using a virtual prototype and the Python-Adams interface [Modelirovanie traektorii dvizheniya robotizirovannoj platformy s ispol'zovaniem virtual'nogo prototipa i interfejsa Python-Adams]. STIN. 2022. No. 12. Pp. 34–37. (rus)

14. Merlet J. P. Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots. Journal of Mechanical Design. 2006. Vol. 128. Pp. 199–206. DOI: 10.1115/1.2121740.

15. Shang W., Cong S. Dexterity and Adaptive Control of Planar Parallel Manipulators With and Without Redundant Actuation. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics 2015. Vol. 10. Pp. 12–23. DOI:10.1115/1.4027581.

16. Vieira H.L., de Carvalho Fontes J.V., Beck A.T., da Silva M.M. Robust Critical Inverse Condition Number for a 3RRR Robot Using Failure Maps, Springer International Publishing/ Pp. 285–294. DOI:10.1007/978-3-319-67567-1\_27.

17. Library Basic robotics. URL: [https://github.com/64-BIT/basic\\_robotics](https://github.com/64-BIT/basic_robotics) (date of treatment: 09.01.2023).

18. Library Numpy. URL: <https://numpy.org/> (date of treatment: 09.01.2023).

19. Library Pandas. URL: <https://pandas.pydata.org/> (date of treatment: 09.01.2023).

20. Library Matplotlib. URL: <https://matplotlib.org/> (date of treatment: 09.01.2023).

#### Information about the authors

**Duyun, Ivan A.** Student. E-mail: [duyun77@mail.ru](mailto:duyun77@mail.ru). Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Kabalyants, Petr S.** Candidate of Engineering Sciences. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Zuev, Sergey V.** Candidate of Physico-Mathematical Sciences. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Duyun, Tatyana A.** Doctor of Engineering Sciences. E-mail: [tanduun@mail.ru](mailto:tanduun@mail.ru). Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Malyshev, Dmitry I.** PhD, Associate Scientist. E-mail: [malyshev.d.i@ya.ru](mailto:malyshev.d.i@ya.ru). Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

---

Received 07.01.2023

#### Для цитирования:

Дуюн И.А., Кабелянц П.С., Зуев С.В., Дуюн Т.А., Малышев Д.И. Определение индекса управляемости и выявление особых положений параллельного манипулятора // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2023. № 5. С. 116–125. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-5-116-125

#### For citation:

Duyun I.A., Kabalyants P.S., Zuev S.V., Duyun T.A., Malyshev D.I. Determination of the dexterity index and detection of special positions of the parallel manipulator. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2023. No. 5. Pp. 116–125. DOI: 10.34031/2071-7318-2023-8-5-116-125