

DOI: 10.34031/2071-7318-2022-8-2-29-40

Мозголов М.В., *Козлова Е.В.

Коломенский институт (филиал) Московский политехнический университет

*E-mail: lizakozlova2014@gmail.com

ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ SCAD ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО КЕССОННОГО ПЕРЕКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА, УЧИТЫВАЮЩЕГО ПРОЛЕТЫ И ЖЕСТКОСТЬ КОНСТРУКЦИИ

Аннотация. В соответствии с современными требованиями градостроительного законодательства проектирование строительных конструкций без использования BIM технологий невозможно. Прочностной расчет на ЭВМ осуществляется в программных комплексах, реализующих метод конечных элементов, при котором вычисленные в элементах усилия или напряжения могут оказаться недостоверными. На это есть ряд причин. Анализ имеющихся в литературе данных аналитического и компьютерных расчетов ребристых железобетонных кессонных конструкций показывает, что в зависимости от созданной конечно-элементной модели и геометрии перекрытия усилия в балках могут существенно отличаться.

Целью работы является выяснение наиболее точной модели МКЭ при расчете ребристого железобетонного кессонного перекрытия. За основу численного эксперимента принята работа, в которой выполнены верификационные расчеты в вычислительном комплексе SCAD прямоугольного в плане перекрытия с прямоугольными кессонами, смоделированного четырьмя конечно-элементными моделями и в которой сделан вывод, что наиболее точной является модель, состоящая из оболочечных конечных элементов. Следует заметить, что полученные усилия сравнивались с данными известного аналитического метода расчета кессонных перекрытий, основанного на балочной аналогии и учитывающего только пролеты конструкции.

В данной работе аналитический расчет кессонного перекрытия выполнен как с учетом пролетов конструкции, так и ее ортогональной жесткости. Выполнен расчет в BK SCAD на модели, состоящей из стержневых конечных элементов таврового сечения. Полученные результаты позволили сделать вывод, что наиболее точными конечно-элементными моделями являются стержневые. Оболочечные конечно-элементные модели в рассматриваемом примере показали заниженные результаты. При выполнении верификационных расчетов на ЭВМ методом конечных элементов для подтверждения достоверности полученного напряженно – деформированного состояния, необходимо проводить сравнение с данными натурных или модельных испытаний конструкций. Для сложных многократно статически неопределимых систем, для которых отсутствуют известные аналитические решения, другие способы изучения сходимости получаемых результатов МКЭ имеют погрешность.

Ключевые слова: кессонные перекрытия, жесткость перекрытия, верификация, конечно-элементная модель, вычислительный комплекс SCAD.

Введение. Эффективным с конструктивной точки зрения и красивым по архитектуре является часторебристое перекрытие кессонного типа. Пример такой конструкции – павильон № 29 «Цветоводство и озеленение» ВДНХ в г. Москва. Строительство этого объекта осуществлено в 1969–1971 г.г. В настоящее время при строительстве ребристых перекрытий в нашей стране получают распространение опалубочные системы с извлекаемыми пустотообразователями, такие как: SKYDOME, HOLEDECK, ПОБЕДА.

В статью 1 Градостроительного кодекса РФ от 29.12.2004 № 190-ФЗ Федеральным законом от 27.06.2019 № 151-ФЗ введено понятие информационной модели объекта капитального строительства (BIM), принят СП 333.1325800.2020 Информационное моделирование в строительстве. Распоряжением

Правительства РФ от 20.12.2021 № 3719-р утверждена «Дорожная карта» по использованию технологий информационного моделирования в строительной отрасли. Она касается различных министерств и ведомств, органов государственного строительного надзора, проектных, изыскательских и экспертных организаций. Одним из непростых вопросов BIM моделирования является процесс создания конструктивной модели [1].

В работах [2, 3] рассматривается важный для проектировщиков вопрос о верификационном моделировании в вычислительном комплексе SCAD при расчете ребристой конструкции прямоугольного железобетонного кессонного перекрытия 9,0×11,55 м с кессонами 1,5×1,65 м (рис. 1). Сравниваются усилия – пролетные изгибающие моменты в балках короткого и длинного направлений, полученные при помощи

четырёх конечно-элементных моделей. В качестве эталона используется пример 15 работы [4, с. 523] аналитического метода расчёта. В соответствии с описанием, представленным в [2, 3] по первой расчётной схеме в ВК SCAD моделирование перекрытия заключается в том, что полка плиты задаётся оболочечными конечными элементами, а ребра стержневыми элементами, отнесенными от полки жесткой вставкой на величину $H_c = h_p/2 + h_n/2$ [2, рис. 2.10]. По второй схеме моделирование заключается в том, что полка задаётся оболочечными элементами, а ребра стержневыми элементами в виде тавра, центр тяжести которого совпадает со срединной линией полки. Свесы полок принимаются равными $3h_n$ [2, рис. 2.12]. В третьей модели полка моделируется плитными конечными элементами (№ 11 КЭ), ребро моделируется оболочечными конечными элементами (№ 41 КЭ). Для учёта пространственного положения соединение плиты с ребрами осуществляется при помощи жестких вставок [2, рис. 2.14]. В четвертой модели ВК SCAD полка и ребра моделируются оболочечными конечными элементами (№ 41 КЭ), их соединение осуществляется без использования жестких вставок [2, рис. 2.15]. В таблицах 1 работ [2, 3] приведены значения пролетных изгибающих моментов, полученных на ЭВМ, вычислены их отклонения от моментов аналитического метода расчёта. По результатам анализа сделан вывод, что наиболее точной является оболочечная конечно-элементная модель. Стержневая модель МКЭ по изгибающим моментам приводит к существенным запасам, которые в рассматриваемом примере расчёта достигают до 61,9 %.

Однако следует заметить, что пример аналитического метода расчёта, данные которого приняты за эталонные значения, имеет две существенные ошибки. Первая ошибка заключается в неверном определении погонной нагрузки на балки q_x и q_y . В соответствии с известной аналитической теорией расчёта железобетонных кессонных конструкций, основанной на балочной аналогии, нагрузка на балки q_x и q_y зависит только от пролетов перекрытия L_x и L_y [4–10]. В работе [11] доказано, что данный аналитический метод определения усилий в балках кессонных перекрытий неверен, он не учитывает ортогональную жесткость конструкции.

Второй ошибкой является неверное значение коэффициента в формулах определения пролетного изгибающего момента. В таблице VII.7 [4, с. 522] для пролетного изгибающего момента

балок $M_{пр}$ шарнирно-опертых по контуру конструкций принимается коэффициент 0,1, должен быть 0,125. Коэффициент 0,1 принят и в примере расчёта кессонного перекрытия. Значения коэффициентов для опорных изгибающих моментов $M_{оп}$ в таблице отсутствуют, стоят прочерки.

Таким образом, пример 15 работы [4] не может служить эталоном для верификационных исследований конечно-элементных моделей ВК SCAD работ [2, 3].

Верификационными расчётами железобетонных кессонных и ребристых перекрытий кроме авторов работ [2, 3] занимались и другие исследователи [12–14]. Полученные данные также сравнивались с аналитическим методом, основанном на балочной аналогии. Отклонения компьютерных расчётов от аналитического метода в работе [12] составляют 50 %, в работе [13] 40 %. В работе [14] сравниваются продольные относительные деформации по высоте поперечного сечения балок, значения которых получены при помощи четырёх конечно-элементных моделей расчёта шарнирно опертой по контуру плиты $6,0 \times 12,0$ м. Первая модель представляет собой конструкцию, состоящую из стержневых конечных элементов – балок таврового сечения. Вторая модель состоит из оболочек, моделирующих плиту и стержней, выполняющих функцию ребер. Соединение элементов выполнено абсолютно жесткими телами. В третьей модели как плита, так и ребра представлены оболочками, соединенными абсолютно жесткими телами. Четвертая модель выполнена в виде массивного тела, состоящего из объемных конечных элементов. В соответствии с выводом проведенного численного эксперимента наименьшие деформации (значит и напряжения) получены в четвертой модели, состоящей из объемных КЭ и принятой автором за эталон. Следует акцентировать внимание, что наиболее близкой к четвертой модели оказалась самая простая первая модель, состоящая из стержней. Отклонения деформаций в растянутой зоне составляют +3,9 %, в сжатой +9,2 %. Наибольшие отклонения от четвертой модели показала вторая модель, в растянутой зоне расхождения составляют +72 %, в сжатой +75,3 %. Отклонения третьей модели в растянутой зоне +44,5 %, в сжатой +42,7 %.

Целью данной работы является определение наиболее точной и по возможности простой конечно-элементной модели вычислительного комплекса SCAD при определении усилий в балках прямого ребристого шарнирно-опертого по контуру прямоугольного кессонного железобетонного перекрытия путем сравнения усилий – изгибающих моментов, полученных на ЭВМ с

уточненным аналитическим методом расчета, основанном на балочной аналогии и учитывающим не только пролеты конструкции, но и ее жесткость.

Материалы и методы. Численный эксперимент предусматривает сравнение изгибающих моментов, полученных МКЭ в ВК SCAD и аналитическим методом, учитывающим как пролеты конструкции, так и ее ортогональную жесткость.

Для обоснования выбора конечно-элементной модели обратим внимание на ряд работ, посвященных методу конечных элементов и созданию конечно-элементных моделей [15–20].

«Решения, получаемые по МКЭ, представляют в общем приближенные или аппроксимативные решения. Как и всегда, когда идет речь о приближенных решениях, ставится вопрос об их точности, устойчивости и конвергенции. Кроме того, с практической точки зрения важно знать точность решений, которая соответствует заданной надежности» [15]. «Какой бы подробной не была компьютерная модель, она всегда будет оставаться моделью, т.е. будет только моделировать различные свойства конструкции, причем, как правило, с различной степенью точности» [16]. Имеется два способа, на основании которых можно судить о точности полученного решения МКЭ, одним из которых является сравнение с задачей, имеющей известное аналитическое решение. Для многих реальных проблем, которые решаются, трудно найти соответствующую параллельную задачу, имеющую аналитическое решение [15]. Например, про расчет пластин в работе [21] сказано: «Задачи изгиба пластин сводятся к решению дифференциальных уравнений в частных производных, часто с переменными коэффициентами и при сложных краевых условиях. Точное решение известно только для отдельных сравнительно простых задач». В этом случае на ЭВМ для поиска сходимости результата применяется второй способ, который основан на многократном решении задачи с различной плотностью сетки конечных элементов [15]. Одним из важнейших моментов применения МКЭ, является выбор элементов модели и интерполяционных функций. Конечные элементы могут быть одномерными или линейными, двумерными или плоскими, трехмерными или пространственными (объемными). В работе [17] отмечается, что для конечных элементов стержневого типа постоянной жесткости по их длине для статической задачи постановка вопроса о сходимости МКЭ лишена смысла. О получении точных решений МКЭ при применении стержней указывается и в работах [15, 16]. В 1988 году отмечалось, что «В расчетах плит в инженерных конструкциях по

МКЭ существенное место принадлежит выбору элементов, с помощью которых получается довольно точное и экономичное решение. И хотя этими вопросами занималось много авторов, общий ответ, который бы подходил ко всем отдельным случаям, дать невозможно» [15]. На современном этапе развития компьютерных расчетов в литературе 2022 года для ребристых конструкций можно встретить подобные выводы: «До сих пор не предложена оптимальная расчетная схема, с одной стороны, обладающая достаточной простотой для проведения инженерного анализа, а с другой стороны, позволяющая с большой точностью отражать особенность работы элементов перекрытия» [14]. «Вряд ли можно считать целесообразным использование одной очень подробной компьютерной модели, на основании которой специалист надеется рассмотреть все нюансы работы конструкции. Исследование работы плиты, подпертой ребрами, может быть проверено на основе стратов (моделей). Каждый из этих стратов имеет свои преимущества и недостатки. Исследование всех стратов даст обильную и добротную пищу для размышления» [16, с. 138]. «Следует учитывать, что ряд простых расчетных моделей может дать более точное знание, чем одна сложная (переусложненная) расчетная схема, результаты расчета которой достаточно трудно осмыслить [17]. О трудностях при создании пространственных моделей из объемных конечных элементов отмечается в работах [14, 15]. При проектировании мембранного покрытия центральной базы конькобежного спорта с искусственной конькобежной дорожкой в г. Коломна, представляющей собой овал размером в плане $199,89 \times 110,25$ м применялись тестовые компьютерные модели, созданные из различных конечных элементов с варьированием параметров степени дискретизации (крупность сетки, жесткость сталежелезобетонного опорного контура, характеристики упругого основания) [18]. Сопоставление различных конечно-элементных моделей показало, что моделирование опорного контура балочной моделью имеет наименьшую погрешность по сравнению с моделями, состоящими из плоских и объемных элементов. Также отмечается, что в последнее время расчетчики тяготеют к все большей детализации и учету большого числа подробностей. В действительности супердетализация приводит в лучшем случае к усложнению анализа работы конструкции, в худшем – к неизбежному накоплению погрешностей вычислений [18].

Метод конечных элементов позволяет практически полностью автоматизировать расчет стержневых систем. Он позволяет распространить принципы расчета стержневых систем на

случай непрерывных тел и сложных конструкций [19]. Определение перемещений (деформаций и напряжений) по МКЭ в случае стержневых систем базируется на использовании технической теории растяжения, изгиба и кручения бруса, позволяющей выразить перемещения и напряжения в любом сечении бруса через узловые перемещения. Для двухмерного (пластина) или трехмерного (массив) сплошного тела эта задача может быть решена только приближенно [19]. Несмотря на свою простоту «...одномерные конечные элементы широко применяются в расчетах таких плоских и пространственных конструкций, как пластины и оболочки, где появляются линейные опоры, как прогоны, ребра и крайние балки» [15, с. 127]. В соответствии с инструкцией к версии 21 BK SCAD++ [22] расчет армирования железобетонных элементов предусмотрен только для стержневых и пластинчатых элементов.

Таким образом, самой простой и наиболее точной как в расчетном смысле МКЭ, так и по геометрии пространственной модели для изучения напряженно-деформированного состояния ребер кессонных конструкций при сравнении с аналитическим методом расчета, основанным на балочной аналогии, будет стержневая конечно-элементная модель со сбором нагрузки на балки по законам треугольника и трапеции. Полученные усилия позволяют в автоматическом режиме программного комплекса подобрать армирование балок как изгибаемых элементов, в соответствии с требованиями нормативных документов. Недостатком данной модели является отсутствие данных напряженно-деформированного состояния полки, что не позволит подобрать ее армирование. Для данной модели нельзя использовать возможность автоматического приложения нагрузки от собственного веса конструкции, предусмотренного программой. При действии на перекрытие неравномерно-распределенной нагрузки возникает сложность в сборе погонной нагрузки на ортогональные балки. В таком случае можно использовать модель с приложением нагрузки на гибкую плиту с условными физическими характеристиками, работающую по бисектрисной схеме излома [20]. Следовательно, при расчете конструкций на ЭВМ необходимо рассматривать несколько моделей.

В связи с вышеизложенным, для изучения НДС ребер кессонных плит компьютерная модель представляет собой стержневую конструкцию, состоящую из балок таврового поперечного сечения. Высота балок 460 мм, ширина ребра 200 мм, ширина полки балок, установленных вдоль оси X - 1650 мм, вдоль оси Y - 1500 мм, толщина полки 60 мм. Конструкция выполняется из бе-

тона класса В25. Нагрузка на балки прикладывается по законам треугольника и трапеции [8, 9]. Поперечное сечение балок опорного контура принято аналогично пролетным балкам, но с половинным значением ширины полки. По причине отсутствия информации в работах [2, 3] об изменении модуля упругости бетона компьютерный расчет выполнялся как без коэффициентов редуцирования начального модуля упругости бетона, учитывающих ползучесть бетона и его трещинообразование [25], так и с коэффициентом 0,2 для всех балок, как пролетных изгибаемых, так и опорных по причине возникновения в них значительных крутящих моментов [23, 24]. Изменение модуля упругости бетона не привело к изменению усилий в конструкции, но увеличило ее прогиб в 5 раз, с 9,49 мм до 47,43 мм. При сравнении результатов кроме данных вновь рассчитанной модели BK SCAD используются данные компьютерных расчетов четырех конечно-элементных моделей работ [2,3].

Основная часть. Кессонное перекрытие является плитой, опертой по контуру, подкрепленной снизу ребрами жесткости. В работе [21 с. 419] для пластины, усиленной в двух направлениях взаимно перпендикулярными равноотстоящими друг от друга ребрами, установленными с одной стороны, жесткость конструкции предлагается определять, как сумму, состоящую из цилиндрической жесткости плиты и относительной жесткости ребер:

$$D_x = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E' \cdot I_1}{d_1}, \quad (1)$$

$$D_y = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E'' \cdot I_2}{d_2}, \quad (2)$$

где E , E' , E'' – модули упругости материала плиты и ребер; δ – толщина плиты; ν – коэффициент Пуассона; I_1 и I_2 – моменты инерции ребер жесткости, установленных вдоль осей X и Y, относительно линии, проходящей через центр тяжести таврового сечения; d_1 и d_2 – расстояния между ребрами.

Поэтому в данной работе жесткость перекрытия по направлениям X и Y определяется как сумма цилиндрической жесткости плиты и относительной жесткости отдельных ребер.

Первым действием определяем погонную нагрузку q_x и q_y , приходящуюся на балки и зависящую от пролетов перекрытия L_x , L_y и ортогональных жесткостей конструкции D_x , D_y .

Перепишем формулы расчета железобетонных кессонных перекрытий с учетом жесткостей перекрытия D_x и D_y :

$$q_x = q \cdot \frac{L_y^4 \cdot D_x}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x}, \quad (3)$$

$$q_y = q \cdot \frac{L_x^4 \cdot D_y}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x}. \quad (4)$$

Далее находим максимальные изгибающие моменты:

$$M_x^{max} = \alpha_1 \cdot q_x \cdot a \cdot L_x^2 \cdot n_x, \quad (5)$$

$$M_y^{max} = \alpha_2 \cdot q_y \cdot b \cdot L_y^2 \cdot n_y, \quad (6)$$

где α_1 и α_2 – коэффициенты, зависящие от характера распределения нагрузки и вида опорных закреплений. В нашем случае $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,125$; a и

b – шаг балок; n_x и n_y – коэффициенты, зависящие от геометрии перекрытия.

Перекрытие рассчитывается на равномерно-распределенную нагрузку $q = 0,9 \text{ Т/м}^2$, аналогично работам [2, 3, 4].

Произведем расчет по уточненной теории, учитывающей пролеты L_x, L_y , и жесткость перекрытия D_x, D_y .

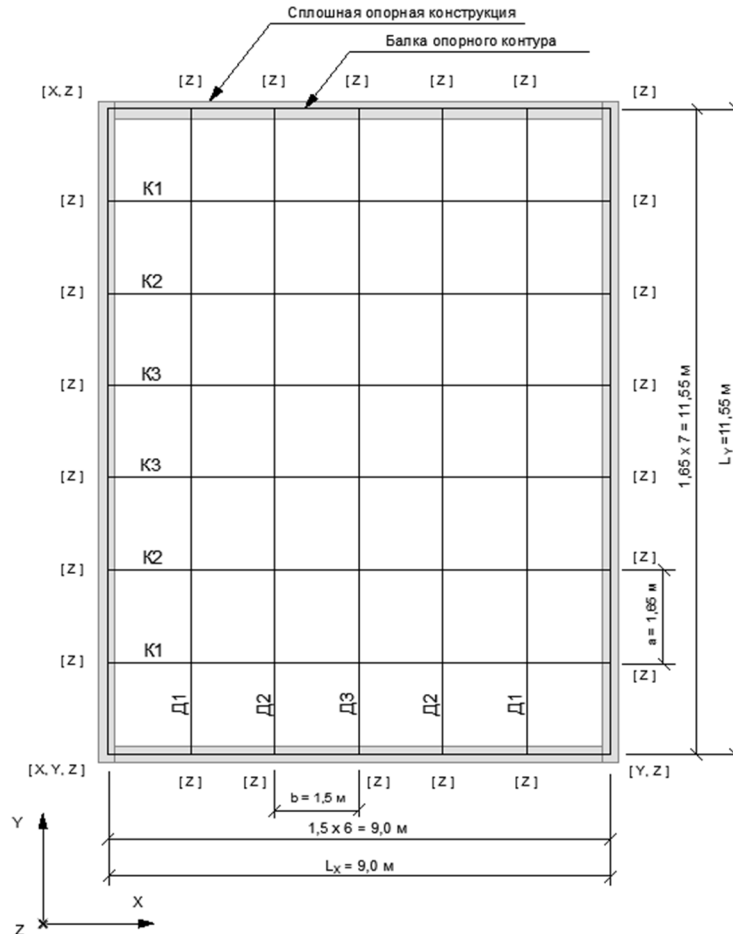


Рис. 1. Схема кессонного перекрытия размером в плане 9,0×11,55 м с кессонами 1,5×1,65 м. К1, К2, К3, Д1, Д2, Д3 – рассчитываемые балки. [X, Y, Z] – связи, установленные в узлах балки опорного контура

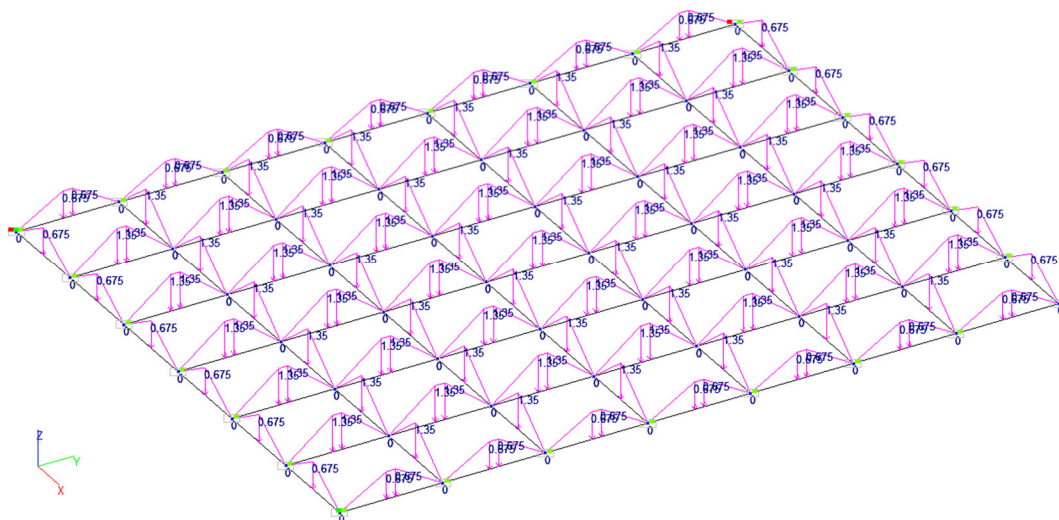


Рис. 2. Схема приложения нагрузки на балки $q, \text{ Т/м}$

Момент инерции отдельных балок вдоль осей X и Y относительно центра тяжести тавров:

$$I_x = I_y = \frac{b_b \cdot h_b^3}{12} + b_b \cdot h_b \cdot a^2, \quad (7)$$

где b_b – ширина балки (ребра); h_b – высота ребра; a – расстояние от центра тяжести ребра до центра тяжести тавра.

$$I_x = \frac{0,2 \cdot 0,4^3}{12} + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,127^2 = 0,002357 \text{ м}^4, \quad (8)$$

$$I_y = \frac{0,2 \cdot 0,4^3}{12} + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,122^2 = 0,002257 \text{ м}^4. \quad (9)$$

Жесткость перекрытия вдоль оси X:

$$D_x = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E \cdot I_x}{a} = 3058104 \cdot \left[\frac{0,06^3}{12 \cdot (1-0,2^2)} + \frac{0,002357}{1,65} \right] = 4426 \text{ Тм}. \quad (10)$$

Жесткость перекрытия вдоль оси Y:

$$D_y = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E \cdot I_y}{b} = 3058104 \cdot \left[\frac{0,06^3}{12 \cdot (1-0,2^2)} + \frac{0,002257}{1,5} \right] = 4659 \text{ Тм}. \quad (11)$$

Составляющие общей нагрузки, приходящиеся на балки:

$$q_x = q \cdot \frac{L_y^4 \cdot D_x}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x} = 0,9 \cdot \frac{11,55^4 \cdot 4426}{9^4 \cdot 4659 + 11,55^4 \cdot 4426} = 0,648 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (12)$$

$$q_y = q \cdot \frac{L_x^4 \cdot D_y}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x} = 0,9 \cdot \frac{9^4 \cdot 4659}{9^4 \cdot 4659 + 11,55^4 \cdot 4426} = 0,252 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}. \quad (13)$$

Рассматриваем балки короткого направления, установленные вдоль оси X.

Балка К1.

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси Y:

$$\eta_y = \frac{y}{L_y} = \frac{1,65}{11,55} = 0,143, \quad (14)$$

$$n_x = \frac{16}{5} \cdot (\eta_y - 2 \cdot \eta_y^3 + \eta_y^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,143 - 2 \cdot 0,143^3 + 0,143^4) = 0,44. \quad (15)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{K1}^{max} = \alpha \cdot q_x \cdot a \cdot L_x^2 \cdot n_x = 0,125 \cdot 0,648 \cdot 1,65 \cdot 9^2 \cdot 0,44 = 4,76 \text{ Тм}. \quad (16)$$

Балка К2.

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси Y:

$$\eta_y = \frac{y}{L_y} = \frac{3,3}{11,55} = 0,286, \quad (17)$$

$$n_x = \frac{16}{5} \cdot (\eta_y - 2 \cdot \eta_y^3 + \eta_y^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,286 - 2 \cdot 0,286^3 + 0,286^4) = 0,787. \quad (18)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{K2}^{max} = \alpha \cdot q_x \cdot a \cdot L_x^2 \cdot n_x = 0,125 \cdot 0,648 \cdot 1,65 \cdot 9^2 \cdot 0,787 = 8,52 \text{ Тм}. \quad (19)$$

Балка К3.

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси Y:

$$\eta_y = \frac{y}{L_y} = \frac{4,95}{11,55} = 0,429, \quad (20)$$

$$n_x = \frac{16}{5} \cdot (\eta_y - 2 \cdot \eta_y^3 + \eta_y^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,429 - 2 \cdot 0,429^3 + 0,429^4) = 0,976. \quad (21)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{K3}^{max} = \alpha \cdot q_x \cdot a \cdot L_x^2 \cdot n_x = 0,125 \cdot 0,648 \cdot 1,65 \cdot 9^2 \cdot 0,976 = 10,57 \text{ Тм}. \quad (22)$$

Рассматриваем балки длинного направления, установленные вдоль оси Y.

Балка Д1.

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси X:

$$\eta_x = \frac{x}{L_x} = \frac{1,5}{9} = 0,167, \quad (23)$$

$$n_y = \frac{16}{5} \cdot (\eta_x - 2 \cdot \eta_x^3 + \eta_x^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,167 - 2 \cdot 0,167^3 + 0,167^4) = 0,507. \quad (24)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{D1}^{max} = \alpha \cdot q_y \cdot b \cdot L_y^2 \cdot n_y = 0,125 \cdot 0,252 \cdot 1,5 \cdot 11,55^2 \cdot 0,507 = 3,2 \text{ Тм}. \quad (25)$$

Балка Д2.

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси X:

$$\eta_x = \frac{x}{L_x} = \frac{3}{9} = 0,333, \quad (26)$$

$$n_y = \frac{16}{5} \cdot (\eta_x - 2 \cdot \eta_x^3 + \eta_x^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,333 - 2 \cdot 0,333^3 + 0,333^4) = 0,869. \quad (27)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{Д2}^{max} = \alpha \cdot q_y \cdot b \cdot L_y^2 \cdot n_y = 0,125 \cdot 0,252 \cdot 1,5 \cdot 11,55^2 \cdot 0,869 = 5,48 \text{ Тм}. \quad (28)$$

Балка Д3.

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{Д3}^{max} = \alpha \cdot q_y \cdot b \cdot L_y^2 \cdot n_y = 0,125 \cdot 0,252 \cdot 1,5 \cdot 11,55^2 \cdot 1 = 6,3 \text{ Тм}. \quad (29)$$

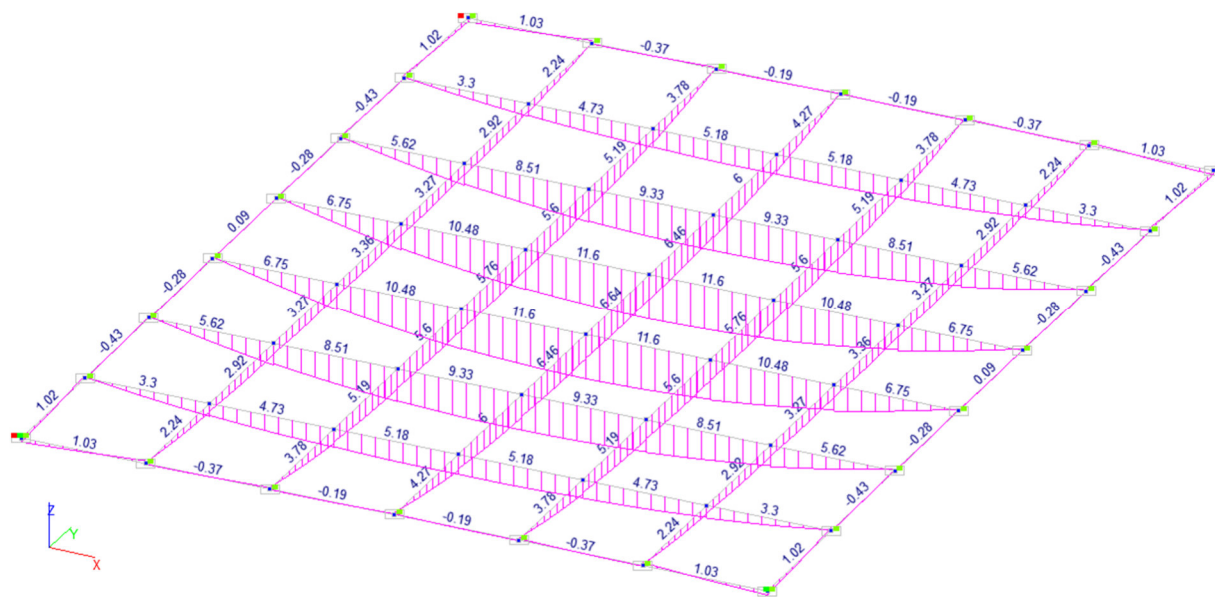


Рис. 3. Эпюры изгибающих моментов M , Тм в балках модели BK SCAD, состоящей из стержневых конечных элементов таврового поперечного сечения с шириной полки, равной расстоянию шага балок, перекрытия размером в плане ($L_x \times L_y$) $9,0 \times 11,55$ м с кессонами $1,5 \times 1,65$ м, работающего на равномерно – распределенную нагрузку $q = 0,9 \text{ Т/м}^2$

Данные аналитического расчета и компьютерных моделей кессонного перекрытия представлены в таблице 1.

Выводы

1. В формулах аналитического метода расчета прямых шарнирно – опертых по контуру ребристых кессонных железобетонных перекрытий, основанного на балочной аналогии, при определении составляющих общей нагрузки, необходимо использовать величины пролетов и ортогональную жесткость перекрытия, состоящую из суммы цилиндрической жесткости плиты и относительной жесткости ребер. Условием применения данной жесткости является одинаковое расстояние между параллельными балками.

2. Значения изгибающих моментов в балках прямоугольного в плане шарнирно-опертого по контуру ребристого перекрытия с прямоугольными кессонами, определенные уточненным

аналитическим способом, основанном на балочной аналогии, а также методом конечных элементов, реализованным в BK SCAD с применением стержневой конечно-элементной модели таврового поперечного сечения с шириной полки, равной шагу балок, имеют близкие значения. Отклонения компьютерного расчета от аналитического метода составляют от +5,0 до +9,7 %, что можно объяснить погрешностями расчетов, как аналитического, так и компьютерного.

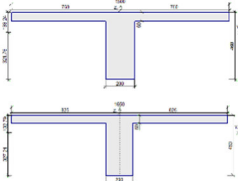
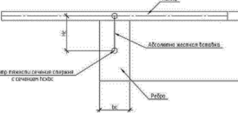
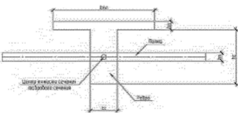
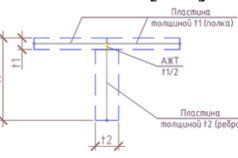
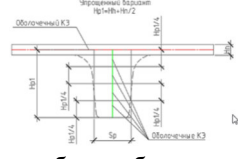
3. Значения изгибающих моментов в балках прямоугольного в плане шарнирно-опертого по контуру ребристого перекрытия с прямоугольными кессонами, определенные уточненным аналитическим способом, основанном на балочной аналогии, а также методом конечных элементов, реализованным в BK SCAD с применением модели, состоящей из полки, смоделированной оболочечными конечными элементами и ребер, представляющих собой стержни тавро-

вого поперечного сечения со свесами полок, равными тройной толщине плиты, имеют близкие значения. Максимальные отклонения компью-

терного расчета от аналитического метода составляют -5,7 %, что можно объяснить погрешностями расчетов, как аналитического, так и компьютерного.

Таблица 1

Сравнение значений изгибающих моментов в балках шарнирно опертого по контуру кессонного перекрытия размером в плане ($L_x \times L_y$) 9,0×11,55 м, полученные аналитическим методом с учетом величин пролетов и жесткостей перекрытия, а также при помощи компьютерных моделей вычислительного комплекса SCAD

Расчетная модель	Изгибающий момент в балках М, Тм					
	К1	К2	К3	Д1	Д2	Д3
Аналитическая балочная с учетом величин пролетов и жесткости перекрытия	4,76 100%	8,52 100%	10,57 100%	3,2 100%	5,48 100%	6,3 100%
Балочная модель  Тавровые балки - пространственный стержень тип КЭ 5	5,18 108,8%	9,33 109,5%	11,6 109,7%	3,36 105%	5,76 105,1%	6,64 105,4%
Модель 1 [1,2]  Полка – оболочечные КЭ, ребро – пространственный стержень тип КЭ 5, соединение элементов жесткими вставками	5,137 107,9%	9,155 107,5%	11,153 105,5%	3,709 115,9%	6,674 121,8%	7,691 122,1%
Модель 2 [1, 2]  Полка перекрытия – оболочечные КЭ, тавровое ребро – пространственный стержень тип КЭ 5, соединение элементов в центре тяжести	4,49 94,3%	8,1 95,1%	10,07 95,3%	3,03 94,7%	5,17 94,3%	5,95 94,4%
Модель 3 [1, 2]  Полка – плитные КЭ тип 11, ребро – оболочечные КЭ тип 41, соединение абсолютно жестким телом	3,634 76,3%	6,57 77,1%	8,177 77,4%	2,433 76%	4,151 75,8%	4,781 75,9%
Модель 4 [1, 2]  Полка и ребра – оболочечные КЭ тип 41, соединение в узлах	3,815 80,2%	6,893 80,9%	8,578 81,2%	2,554 79,8%	4,36 79,6%	5,021 79,7%

4. Значения изгибающих моментов в балках прямоугольного в плане шарнирно-опертого по контуру ребристого перекрытия с прямоугольными кессонами, определенные уточненным аналитическим способом, а также методом конечных элементов, реализованным в ВК SCAD с применением плитных и оболочечных конечных элементов, существенно отличаются. Максимальные отклонения компьютерного расчета от аналитического метода в рассматриваемом примере составили -24,2 %.

5. Так как сравнение компьютерного расчета выполняется с аналитическим способом, основанном на балочной аналогии, можно предположить, что расчет модели, созданной из плоских конечных элементов, образующих пространственную систему, приводит к экономичным результатам по сравнению со стержневой моделью. При этом следует отметить, что плоские конечные элементы, по сравнению с линейными, с математической точки зрения метода конечных элементов являются менее точными.

6. Для всестороннего изучения работы сложной многократно статически неопределимой конструкции необходимо создавать несколько конечно-элементных моделей.

7. При выполнении верификационных расчетов на ЭВМ методом конечных элементов для подтверждения достоверности полученного напряженно – деформированного состояния необходимо проводить сравнение с данными натурных или модельных испытаний конструкций. Для сложных многократно статически неопределимых систем, для которых отсутствуют известные аналитические решения, другие способы изучения сходимости получаемых результатов МКЭ имеют погрешность.

8. Вопросы сходимости и достоверности результатов верификационных вычислений метода конечных элементов имеют важное практическое значение и требуют дальнейшего изучения на различных компьютерных моделях и несущих строительных системах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Перельмутер А., Криксунов Э. BIM в строительном проектировании – белые пятна. CADMASTER. 2021. № 1(95). С. 96–99.
2. Лоскутов И.С. Монолитные железобетонные кессонные перекрытия [Электронный ресурс] URL: <https://dwg.ru/lib/2046>
3. Ефимцева Е.Э. Способы моделирования кессонных перекрытий // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. № 11–5. С. 14–20.
4. Линович Л.Е. Расчет и конструирование частей гражданских зданий. К.: Будівельник; 1972. 644 с.
5. Залигер Р. Железобетон: его расчет и проектирование. Перевод с немецкого под ред. П.Я. Каменцева М.-Л.: Изд-во ГНТИ, 1931. 671 с.
6. Вахненко П.Ф., Хилобок В.Г., Андрейко Н.Т., Яровой М.Л. Расчет и конструирование частей жилых и общественных зданий: справочник проектировщика. К.: Будівельник; 1987. 424 с.
7. Улицкий И.И., Ривкин С.А., Самолетов М.В., Дыховичный А.А., Френкель М.М., Кретов В.И. Железобетонные конструкции. К.: Будівельник; 1972. 992 с.
8. Иванов-Дятлов И.Г. Железобетонные конструкции. М.-Л.: Министерство коммунального хозяйства РСФСР; 1950. 296 с.
9. Карпухин Н.С. Железобетонные конструкции. М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре; 1957. 442 с.
10. Мурашев В.И., Сигалов Э.Е., Байков В.Н. Железобетонные конструкции. Общий курс. М.: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам; 1962. 662 с.
11. Мозголов М.В., Козлова Е.В. О применении жесткостей аналитического метода расчета прямых железобетонных кессонных перекрытий // Вестник НИЦ «Строительство». 2022. 33(2). С. 122–138. doi:10.37538/2224-9494-2022-2(33)-122-138
12. Малахова А.Н. Монолитные кессонные перекрытия зданий // Вестник МГСУ. 2013. № 1. С. 79–86.
13. Шибаева В.Д. Исследование напряженно-деформированного состояния монолитных кессонных перекрытий // Молодой ученый. 2021. № 16 (358). Часть II. С. 119–123.
14. Никитин К.Е., Кирсанов О.А. Сравнительное исследование конечно-элементных методик расчета ребристых железобетонных перекрытий. Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. 18(3). С. 242–254. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-3-242-254.
15. Секулович М. Метод конечных элементов. Перевод с сербского Ю.Н. Зуева. Под редакцией В.Ш. Барбакадзе. М.: Стройиздат; 1993. 664 с.
16. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. К.: Факт, 2005. 344 с.
17. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: ДМК Пресс; 2007. 600 с.

18. Канчели Н.В., Батов П.А., Дробот Д.Ю. Реализованные мембранные оболочки. Расчет, проектирование и возведение. М: Издательство Ассоциации строительных вузов. 2009. 120 с.

19. Перельмутер А.В. Беседы о строительной механике. М.: Издательство SCAD Soft, Издательский дом АСВ; 2016. 304 с.

20. Мозголов М.В., Козлова Е.В. К вопросу создания верификационной модели для расчета кессонного железобетонного перекрытия в вычислительном комплексе SCAD // Вестник НИЦ «Строительство». 2022. 32(1). С. 128–140. doi:10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140

21. Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. К.: Изд-во «Будівельник»; 1970. 436 с.

22. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Фиалко С.Ю., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD ++. М.: Изд-во «СКАД СОФТ». 2015. 848 с.

23. Мозголов М.В., Козлова Е.В. О разгружающем действии крутящих моментов в балках железобетонных кессонных перекрытий // Градостроительство и архитектура. 2022. Т. 12, № 3. С. 11–20. doi: 10.17673/Vestnik.2022.03.2.

24. Мозголов М.В., Брыль С.В., Козлова Е.В. О влиянии балки опорного контура на напряженно – деформированное состояние балок прямых кессонных железобетонных перекрытий // Системные технологии. 2022. № 43. С. 31–40. doi: 10.55287/22275398_2022_2_31.

25. Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, Федеральное автономное учреждение «Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве». Плоские безбалочные железобетонные перекрытия. Москва; 2017. URL: https://www.faufcc.ru/upload/methodical_materials/mp60_2017.pdf

Информация об авторах

Мозголов Михаил Валентинович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительного производства. E-mail: mvmozgolov@yandex.ru. Коломенский институт (филиал) ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет». Россия, 140402, Коломна, ул. Октябрьской революции, д. 408

Козлова Елизавета Вадимовна, студент 4-го года обучения направления «Строительство». E-mail: lizakozlova2014@gmail.com. Коломенский институт (филиал) ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет», Россия, 140402, Коломна, ул. Октябрьской революции, д. 408

Поступила 19.10.2022 г.

© Мозголов М.В., Козлова Е.В., 2023

Mozgolov M.V., *Kozlova E.V.

Kolomna Institute (branch) of the Moscow Polytechnic University

**E-mail: lizakozlova2014@gmail.com*

VERIFICATION OF SCAD MODELS OF REINFORCED CONCRETE COFFERED FLOOR BASED ON AN ANALYTICAL CALCULATION METHOD THAT TAKES INTO ACCOUNT SPANS AND STRUCTURAL RIGIDITY

Abstract. *In accordance with the modern requirements of urban planning legislation, the design of building structures without the use of BIM technologies is impossible. Strength calculation on an electronic computer is carried out in software complexes implementing the finite element method, in which the forces or stresses calculated in the elements may turn out to be unreliable. There is a number of reasons for this. Analysis of the data of analytical and computer calculations of reinforced concrete coffered structures shows that the forces in the beams may differ significantly depending on the created finite element model and the geometry of the overlap. The work is aimed to find out the most accurate finite element model when calculating reinforced concrete coffered floor. The numerical experiment is based on the work of verification calculations performed in the computing system SCAD of a rectangular overlap with rectangular coffers, modeled by four finite element models. It is concluded that the model consisting of shell finite elements is the most accurate. In addition, the stress obtained is compared with the data of the well-known analytical method for calculating coffered ceilings, which is based on the beam analogy and takes into account only the spans of the structure. In this paper, the analytical calculation of the caisson overlap is carried out both taking into account the spans of the structure and its orthogonal rigidity. The calculation is also performed in the computing system SCAD on a model consisting of rod finite elements of a T-section. The results allow to conclude that the most accurate finite elements models is the bar models. Shell finite element models in the example under consideration show understated results. When performing verification calculations on a computer by the finite*

element method, in order to confirm the reliability of the stress – strain state obtained, it is necessary to compare with the data of full-scale or model tests of structures. For complex, repeatedly statically indeterminate systems for which there is no analytical solutions, other methods of studying the convergence of the obtained FEM results have an error.

Keywords: *coffered floors, floor stiffness, verification, the finite element model, SCAD computing complex.*

REFERENCES

1. Perelmuter A., Kriksunov E. BIM in construction design – white spots. CAD-MASTER [BIM v stroitel'nom proektirovanii – belye pyatna. CAD-MASTER]. 2021. No. 1(95). Pp. 96–99. (rus)
2. Loskutov I.S. Monolithic reinforced concrete coffered floors [Monolitnye zhelezobetonnye kessonnye perekrytiya]. URL: <https://dwg.ru/lib/2046> (rus)
3. Efimtseva E.E. Methods of modeling coffered ceilings // Actual problems of humanities and natural sciences. 2015. No. 11–5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sposoby-modelirovaniya-kessonnyh-perekrytiy> (accessed: 26.09.2022) (rus)
4. Linovich L.E. Calculation and construction of parts of civil buildings [Raschet i konstruirovaniye chastey grazhdanskikh zdaniy]. Kyiv, Budivel'nik Publ., 1972. 644 p. (rus)
5. Zaliger R. Reinforced concrete, its calculation and design. Translation from German by professor P. Kamentsev [Zhelezobeton: ego raschet i proektirovanie. Perevod s nemetskogo pod red. P.Ya. Kamentseva]. M., Leningrad, GNTI Publ., 1931. 671 p. (rus)
6. Vakhnenko P.F., Khilobok V.G., Andreyko N.T., Yarovoy M.L. Calculation and construction of parts of residential and public buildings: designer's handbook. [Raschet i konstruirovaniye chastey zhilykh i obshchestvennykh zdaniy: spravochnik proektirovshchika]. Kyiv, Budivel'nik Publ., 1987. 424 p. (rus)
7. Ulitskii I.I., Rivkin S.A., Samoletov M.V., Dykhovichnyi A.A., Frenkel' M.M., Kretov V.I. Reinforced concrete structures [Zhelezobetonnye konstruksii]. Kyiv, Budivel'nik Publ., 1972. 992 p. (rus)
8. Ivanov-Dyatlov I.G. Reinforced concrete structures [Zhelezobetonnye konstruksii]. Moscow, Leningrad, Ministerstvo kommunal'nogo khozyaystva RSFSR Publ., 1950. 296 p. (rus)
9. Karpukhin N.S. Reinforced concrete structures [Zhelezobetonnye konstruksii]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu i arkhitekture Publ., 1957. 442 p. (rus)
10. Murashev V.I., Sigalov E.E., Baykov V.N. Reinforced concrete structures. General course [Zhelezobetonnye konstruksii. Obshchiy kurs]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu i arkhitekture i stroitel'nym materialam Publ., 1962. 662 p. (rus)
11. Mozglov M.V., Kozlova E.V. Use of analytical method for calculating stiffnesses of straight waffle slabs. Bulletin of Science and Research Center of Construction. 2022. 33(2). Pp. 122–138. doi: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-122-138 (rus)
12. Malakhova A.N. Monolithic caisson floors of buildings. Vestnik MGSU. 2013. (1). Pp. 79–86. (rus)
13. Shibaeva V.D. Investigation of the stress-strain state of monolithic coffered ceilings. Molodoi uchenyi [Young Scientist]. 2021. (16). Pp. 119–123. (rus)
14. Nikitin K.E., Kirsanov O.A. Comparative study of finite element methods of calculation of ribbed reinforced concrete floors. Construction mechanics of engineering structures and structures. 2022. 18(3). Pp. 242–254. doi:10.22363/1815-5235-2022-18-3-242-254 (rus)
15. Sekulovich M. Finite element method [Metod konechnykh elementov]. Translated from Serbian by Yu.N. Zuev. Edited by V.Sh. Barbakadze. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1993. 664 p. (rus)
16. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. Computer models of structures [Komp'yuternye modeli konstruksiy]. Kiev: Fact Publ.; 2005. 344 p. (rus)
17. Perel'muter A.V., Slivker V.I. Design models of structures and the possibility of their analysis [Raschetnye modeli sooruzheniy i vozmozhnost' ikh analiza]. Moscow, DMK Press Publ., 2007. 600 p. (rus)
18. Kancheli N.V., Batov P.A., Drobot D.Y. Realized membrane shells. Calculation, design and construction [Realizovannye membrannye obolochki. Raschet, proektirovanie i vozvedenie]. Moscow, Association of Construction Universities Publ. 2009. 120 p. (rus)
19. Perel'muter A.V. Conversations about construction mechanics [Besedy o stroitel'noy mekhanike]. Moscow, SCAD Soft Publ., ASV Publ., 2016. 304 p. (rus)
20. Mozglov M.V., Kozlova E.V. Creation of a SCAD verification model for the design calculations of a reinforced-concrete waffle slab floor system. Bulletin of Science and Research Center of Construction. 2022. 32(1). Pp. 128–140. doi: 10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140 (rus)
21. Vaynberg D.V., Vaynberg E.D. Calculation of plates [Raschet platin]. Kyiv, Budivel'nik Publ., 1970. 436 p. (rus)

22. Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Mal-yarenko A.A., Fialko S.Yu., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. SCAD Office. Version 21. The SCAD ++computing complex [SCAD Office. Versiya 21. Vychislitel'nyy kompleks SCAD ++]. Moscow; SKAD SOFT Publ.; 2015. 844 p. (rus)

23. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. On the Unloading Action of Torque Moments in the Beams of Reinforced Concrete Casson Floors. Gradostroitel'stvo i arhitektura [Urban Construction and Architecture]. 2022. Vol. 12, No. 3. Pp. 11–20. DOI: 10.17673/Vestnik.2022.03.2 (rus)

24. Mozgolov M.V., Bryl S.V., Kozlova E.V. On the influence of the support contour beam on the

stress –strain state of beams of straight coffered reinforced concrete floors. System technologies. 2022. No. 43. Pp. 31–40. doi: 10.55287/22275398_2022_2_31 (rus)

25. Ministerstvo stroitel'stva i zhilishchno-kommunal'nogo khozyaystva Rossiyskoy Federatsii, Federal'noe avtonomnoe uchrezhdenie

26. «Federal'nyy tsentr normirovaniya, standarti-zatsii i otsenki sootvetstviya v stroitel'stve» flat girderless reinforced concrete floors [Ploskie bezbalochnye zhelezobetonnye perekrytiya: Moscow, 2017. URL: https://www.faufcc.ru/upload/methodical_materials/mp60_2017.pdf (rus)

Information about the authors

Mozgolov, Mikhail V. PhD. E-mail: mvmozgolov@yandex.ru. Kolomna Institute (branch) of the Moscow Polytechnic University. Russia, 140402, Kolomna, October Revolution str., 408

Kozlova, Elizaveta V. 4rd year student on "Construction", E-mail: lizakozlova2014@gmail.com. Kolomna Institute (branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Moscow Polytechnic University" Russia, 140402, Kolomna, October Revolution str., 408

Received 19.10.2022

Для цитирования:

Мозголов М.В., Козлова Е.В. Верификация моделей SCAD железобетонного кессонного перекрытия на основе аналитического метода расчета, учитывающего пролеты и жесткость конструкции // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2023. № 2. С. 29–40. DOI: 10.34031/2071-7318-2022-8-2-29-40

For citation:

Mozgolov M.V., Kozlova E.V. Verification of SCAD models of reinforced concrete coffered floor based on an analytical calculation method that takes into account spans and structural rigidity. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2023. No. 2. Pp. 29–40. DOI: 10.34031/2071-7318-2022-8-2-29-40