

DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-2-149-163

Поляков А.Н., Никитина И.П.Оренбургский государственный университет***E-mail: anp_temos@mail.ru*

ПРИМЕНЕНИЕ МОДАЛЬНОГО ПОДХОДА К ПОСТРОЕНИЮ ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СТАНКОВ, РАБОТАЮЩИХ В СЛОЖНОМ РЕЖИМЕ

Аннотация. В работе представлена методика построения имитационных моделей применительно к тепловым процессам станков в Simulink. В работе рассмотрены три способа построения имитационных моделей в Simulink с использованием: аналитического решения уравнения теплопроводности, инструментов решения дифференциальных уравнений, аппарата передаточных функций. Эти способы моделирования представлены при решении двух типовых задач: построение тепловой характеристики станка при нулевых и ненулевых начальных условиях. Проведенные исследования показали, что Simulink позволяет строить модели с несложной логикой, но достоинством построенных S-моделей является их наглядность и структурированность. При моделировании циклограмм работы станка способ построения имитационных моделей, основанный на использовании аналитических решений уравнения теплопроводности, позволяет строить наиболее компактные модели. Особенностью построения инвариантных моделей в Simulink является использование m-файла Matlab, в котором генерируются параметры, используемые в S-модели.

Ключевые слова. тепловые характеристики станка, тепловая погрешность, экспериментальный модальный анализ, имитационное моделирование.

Введение. Стремительное развитие информационно-коммуникационных технологий приводит к радикальным изменениям в промышленности. Сегодня мировые эксперты уже не только говорят об Индустрии 4.0, но и выстраивают концепцию будущего общества Общество 5.0 [1, 2]. Общество 5.0 – это общество киберфизических технологий, когда собираемая в процессе производства информация размещается в киберпространстве. Там происходит его обработка, находят оптимальные решения и переправляются обратно в физическое пространство. При этом, наряду с 3D-принтерами и робототехникой, значительное место в физическом пространстве эксперты по-прежнему отводят высокотехнологичным станкам с числовым программным управлением (ЧПУ). Важнейшим фактором принятия решений в киберпространстве являются математические модели процессов, протекающих в станках.

Несмотря на серьезные технические и технологические решения, реализуемые в современных станках с ЧПУ, проблема их теплоустойчивости остается не решенной и сегодня [3]. Этому свидетельствуют многочисленные публикации в изданиях, представленных в международных базах цитирования. В качестве примера ниже представлен краткий обзор нескольких работ 2019 года, дающих представление о существующей проблеме и некоторых направлениях ее решения.

В работе [4] представлено исследование термо-механической связи в приводе подачи шпиндельной головки, возникающей при фрезеровании. Стратегическая цель исследования – повысить точность прогнозирования, возникающих

в приводе погрешностей. Это, как считают авторы, позволит повысить точность компенсации погрешностей. Стендовые испытания показали, что в начальных деформациях винта шариковинтовой передачи преобладающее влияние оказывают силы резания. По мере прогревания привода влияние тепловых процессов на деформации по оси постепенно начинают превосходить влияние сил резания. По оси Y влияние тепловых процессов – минимально. А по оси Z , наоборот, минимально влияние сил резания.

В работе [5] исследовались тепловые смещения шпиндельного узла, обусловленные как флуктуацией температуры окружающей среды, так и изменением мощности внутренних источников тепла, являющихся основным фактором, ограничивающим точность станка. Экспериментальные исследования проводились на токарном центре с ЧПУ СК50 (производитель STMSI, КНР). Тепловые смещения шпиндельного узла фиксировались с использованием пяти вихретоковых датчиков. В ходе натурных экспериментов шпиндель станка вращался с частотами 1500 и 2000 об/мин. Максимальная избыточная температура фиксировалась на уровне не выше 18°C , при этом максимальные тепловые смещения составляли около 55 мкм. По данным авторов, им удалось добиться устойчивости прогнозной модели, построенной на основе многоцелевого генетического алгоритма. Результаты проверочных экспериментов показали, что при наличии существенной флуктуации температуры окружающей

среды и различных режимов работы станка, точность прогнозной модели сохранялась на уровне не ниже 74 %.

В работе [6] рассмотрено совместное использование физически обоснованной модели (physically based model) станка и применяемый часто в бизнес-среде подход к построению моделей – DDM (Data Driven Model) или модель, управляемая данными. Апробация предложенных решений по компенсации температурной погрешности станка экспериментально проведена на вертикальном обрабатывающем центре TC500R. Ввиду симметричности конструкции станка вертикальной компоновки исследовались только тепловые смещения по оси Y , по оси X смещения не учитывались. При этом тепловой дрейф по оси Y при скоростях перемещения 10 м/мин в течение почти двух часов составил 55 мкм. Даже при небольшой частоте вращения шпинделя равной 1000 об/мин перемещения по оси Y составили чуть менее 20 мкм после четырех часов работы станка.

В работе [7] представлен новый метод измерения и моделирования тепловой погрешности шпинделя станка с ЧПУ. В статье рассмотрен метод измерения тепловых деформаций шпинделя по пяти точкам. Предлагаемая модель тепловой погрешности шпинделя построена на основе метода опорных векторов с использованием метода взвешенных наименьших квадратов. Предложено использовать метод программирования экспрессии генов (GEP) в качестве алгоритма оптимизации параметров, используемых при построении модели тепловых деформаций шпинделя. Погрешность прогнозирования тепловых смещений шпинделя в осевом направлении составила менее одного микрометра.

В работе [8] рассмотрено формирование погрешностей обработки в тяжелом порталном шлифовальном станке. Было показано, что для таких станков, наряду с прогибами, обусловленными собственным весом, актуальны и прогибы, вызываемые тепловыми деформациями ввиду возникающей разницы температур. Экспериментально было получено, что при разнице температур в поперечине 5,3 °C и 7,5 °C максимальные величины прогибов по оси Z составили 140 и 190 мкм, соответственно.

В работе [9] предлагается новый метод компенсации теплового смещения шпинделя станка с использованием метода глубокого обучения. В качестве объекта исследования использован токарный центр.

В работе [10] в качестве определяющего фактора тепловых погрешностей в токарных станках рассмотрены погрешности в шариковой винтовой передаче привода подачи. Предложен

метод адаптивного прогнозирования тепловых ошибок в шариковой винтовой передаче привода на основе новой адаптивной модели движущейся тепловой искусственной нейронной сети. Из натуральных экспериментов было установлено, что при уровне избыточных температур не более 3,5 °C тепловые погрешности в шариковой винтовой передаче составили около 17,5 мкм.

В прецизионных шлифовальных станках, оснащенных системами компенсации тепловой погрешности, в недостаточной степени учитывают тепловой эффект от применяемой смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ), что неизбежно приводит к потере точности обработки. Так в работе [11] было экспериментально исследовано влияние СОЖ на тепловые характеристики червячной передачи прецизионного шлифовального станка. Эксперименты проводились при трех вариантах работы станка: без нагрузки с охлаждающей жидкостью, без нагрузки с нагреваемой охлаждающей жидкостью и под нагрузкой. Это позволило разработать модель компенсации тепловой погрешности обработки в реальном масштабе и подтвердить ее на основе экспериментальных данных, учитывающих тепловое воздействие СОЖ.

В работе [12] авторами предложено создавать интеллектуальные станки, способные компенсировать в режиме реального времени возникающие по всем осям тепловые погрешности.

Таким образом, даже неполный обзор проведенных в последнее время исследований различными авторами показывает актуальность тепловых проблем в достижении точности обработки и сложность алгоритмов, используемых в тепловом моделировании станков.

Модальный анализ. Сегодня наблюдается многообразие подходов, методов и алгоритмов, используемых в тепловом моделировании станков и системах компенсации их тепловой погрешности. Вместе с тем в мировой практике для решения задач, связанных с физическими процессами в станках, продолжает использоваться модальный подход [13, 14, 21].

В статье [13] тепловой модальный анализ был использован для разработки новой стратегии размещения датчиков температуры на станке. Пространственное размещение датчиков температуры на станке определяет информативность формируемого при работе станка температурного поля. А наличие однозначной связи между температурой и тепловыми смещениями элементов конструкции станка определяет точность оценки модели тепловой погрешности.

В работе [14] представлен новый метод быстрой идентификации температурной характе-

ристики в выделенной точке станка. Метод базируется на операционном модальном анализе. При этом температурная характеристика в выделенной точке станка, время температурной стабилизации и уровень установившихся температур могут быть вычислены на основе измеренных данных за короткое время прогрева станка. Основное преимущество такого подхода заключается в прогнозировании температурной характеристики в выбранной точке станка в течение короткого периода времени равного не более 30 минут вместо трех или шестичасовых испытаний при традиционном подходе.

Классический модальный подход связан с двойным модальным преобразованием [15–17]. Прямое модальное преобразование позволяет перейти от системы связанных дифференциальных уравнений к системе несвязных дифференциальных уравнений. При этом уравнение имеет простой вид и методы его решения известны. Получив решение для каждой модальной координаты и используя модальное преобразование уже в качестве обратного, получают решение для исходной связанной системы. В этом и заключаются теоретические основы модального подхода, используемого для решения сложной технической системы, описываемой системой дифференциальных уравнений.

При описании тепловых процессов любой технической системы используют уравнение теплопроводности, которое для любой одной модальной координаты u_k будет иметь вид [16, 17]

$$\frac{du_k(t)}{dt} = \frac{1}{T_k} (T_k \times q_k - u_k) \quad (1)$$

где T_k – k -я тепловая постоянная времени, мин; q_k – k -я модальная тепловая нагрузка, безразмерная величина; k – номер температурной моды или модальной координаты.

Решение уравнения (1) для ненулевых начальных условий имеет вид

$$u_k(t) = T_k \cdot q_k \cdot (1 - e^{-t/T_k}) + u_{0k} \cdot e^{-t/T_k} \quad (2)$$

где u_{0k} – начальный модальный уровень.

С учетом модального преобразования [1, 2]

$$\{T\} = [\Phi] \{u\} \quad (3)$$

где $[\Phi] = [\{\varphi_1\}, \{\varphi_2\}, \dots, \{\varphi_k\}, \dots, \{\varphi_n\}]$;

$k = \overline{1, n}$.

В физических координатах уравнение (2) в некоторой фиксированной точке i несущей системы станка (НСС) примет вид

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^n (Y_{ik} \cdot (1 - e^{-t/T_k}) + y_{0ik} \cdot e^{-t/T_k}) \quad (4)$$

где $Y_{ik} = \varphi_{ik} \cdot T_k \cdot q_{ik}$; $y_{0ik} = \varphi_{ik} \cdot u_k$; $\varphi_k = \{\varphi_{1k}, \varphi_{2k}, \dots, \varphi_{nk}\}^T$ – k -й собственный вектор, найденный из решения задачи на собственные значения [18]; n – число температурных мод или модальных координат; Y_{ik} – k -я компонента амплитуды искомой функции $y_i(t)$; y_{0ik} – k -я компонента начального уровня искомой функции $y_i(t)$.

Введем новую переменную P_{ik} вида

$$P_{ik} = \varphi_{ik} \cdot q_k \quad (5)$$

Исходя из анализа размерностей тепловой постоянной времени T_k и искомой функции $y_i(t)$, переменная P_{ik} имеет размерность скорости изменения искомой функции $y_i(t)$. Из уравнений (4) и (5) следует, что при учете одной моды и при единичном значении P_{ik} асимптота функции $y_i(t)$ проходит через точку с координатами $(0, T_1)$. В этом случае значения амплитуды Y_{i1} и тепловой постоянной времени T_1 оказываются одинаковыми.

Уравнения (2) – (5) представляют базовые соотношения для теоретического модального анализа. На этапе эксплуатации станков актуальным является экспериментальный модальный анализ. Хотя в современных уже устоявшихся в мировой практике терминах точнее будет использовать термин «операционный тепловой модальный анализ» [14, 19–22]. В этом случае по результатам тепловых испытаний формируется база экспериментальных данных температур элементов НСС и тепловых смещений его рабочих органов. Модальность теплового поведения станка находит отражение в его тепловых характеристиках, аппроксимируемых экспоненциальными кривыми [23]. Каждая тепловая характеристика станка, измеренная в фиксированной точке его НСС, представляет собой сумму экспоненциальных функций вида (4). Модальные параметры каждой температурной моды находятся после математической обработки экспериментальных характеристик. Уравнение (4) приобретает вид

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^n (Y_{ik} \cdot (1 - e^{-t/T_k}) + y_{0ik} \cdot e^{-t/T_k}) \quad (6)$$

где Y_{ik} , T_{ik} , y_{0ik} – модальные параметры (амплитуда, постоянная времени и начальный уровень k -ой моды, соответственно).

Модальные параметры при реализации экспериментального и теоретического модального анализа принципиально отличаются по фактическим значениям. Тепловая постоянная времени

при использовании экспериментального модального анализа имеет локальный характер, что объясняет появление дополнительной индексации в подстрочном индексе. Таким образом, тепловая постоянная времени дополнительно зависит от точки измерения, в которой формировалась тепловая характеристика.

Перепишем уравнение (1) в физических координатах

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{T_1} (T_1 \cdot P_1 - y_1) \quad (7)$$

где y_1 – физическая координата, мкм; T_1 – тепловая постоянная времени, мин; P_1 – тепловая нагрузка, мкм/мин.

Уравнение (7) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Решение уравнения (7) приведено в выражении (6).

С точки зрения теории автоматического управления уравнение (7) представляет собой описание апериодического звена первого порядка, передаточная функция для которого имеет вид

$$W(s) = \frac{k}{T \cdot s + 1} \quad (8)$$

где s – комплексная переменная, используемая при прямом преобразовании Лапласа; k – коэффициент усиления звена; T – постоянная времени.

Таким образом, уравнения (6)–(8) представляют три способа решения уравнения теплопроводности. В настоящее время при построении эффективных компьютерных и имитационных моделей, при создании различных автоматизированных систем компенсации смещений в станках зарубежные исследователи широко используют Matlab и Simulink [6, 12, 21, 24–26]. Зачастую перед исследователем при наличии альтернативных способов решения конкретной задачи возникает проблема выбора одного наиболее эффективного. В данной работе на примере решения простой задачи представлена методика построения одной тепловой модели тремя способами. Показано, что только решение сложной задачи позволило выбрать наиболее эффективный способ.

Построение мультимодальной имитационной модели станка. В общем случае при выполнении механической обработки детали шпиндель станка работает по некоторой циклограмме, связанной со сменой частот вращения. Тепловое поведение станка на некоторой фиксированной частоте вращения в выделенной характерной точке его НСС описывается или одномодальной или

мультимодальной кривой называемой тепловой характеристикой [27]. Экспериментальные тепловые характеристики станка, построенные на разных частотах вращения шпинделя, различаются как амплитудами, так и тепловыми постоянными времени. Тепловые характеристики станка связаны с его температурной погрешностью [28]. Знание фактической температурной погрешности станка с ЧПУ создает возможность ее коррекции, что существенно повышает точность обработки.

Сформулируем задачу: используя значения модальных параметров тепловых характеристик, полученных на станке при непрерывном режиме его работы на фиксированных частотах, построить тепловую характеристику для сложного режима работы станка (при изменяющихся во времени частотах вращения шпинделя).

В работах [29, 30] изложена достаточно подробная используемая математическая и имитационная модели. Особенностью тепловых характеристик для сложного режима работы станка является их мультимодальный тип. При этом построение тепловой характеристики для второго и последующих участков циклограммы для сложного режима работы станка мультимодального типа вызывает некоторые затруднения. Это объясняется тем, что из эксперимента невозможно определить значения модальных параметров U_{0ik} . В качестве начального уровня искомой функции на последующем участке циклограммы следует использовать уровень искомой функции, сформированный в последний момент времени на предыдущем участке. Причем на каждом участке циклограммы, начиная со второго, тепловой процесс и, соответственно, процесс формирования температурной погрешности станка представляет сумму процессов нагревания и охлаждения.

Так как для решения задачи обеспечения теплоустойчивости станков наибольшую актуальность представляют тепловые смещения рабочих органов станка, поэтому в данной работе все модели описывают характеристики тепловых смещений рабочих органов станка.

Для удобства выявления достоинств и недостатков каждого из трех рассматриваемых ниже способов моделирования использован тестовый пример циклограммы работы станка, состоящей из трех участков. На первом участке длительностью 50 минут шпиндель станка вращался с частотой вращения 250 об/мин, на втором участке длительностью 110 минут – 5000 об/мин, на третьем участке длительностью 140

минут шпиндель станка опять был включен на частоте 250 об/мин.

Характерной особенностью этого примера является: использование одного участка с нулевыми начальными условиями для тепловых смещений; наличие участков циклограммы работы станка с ненулевыми начальными условиями; на последнем участке циклограммы работы станка мощность генерируемого теплового потока, обусловленная новой частотой вращения, существенно меньше мощности теплового потока, обусловленной остыванием станка.

Сформулированные особенности тестового примера циклограммы работы станка позволили выделить две типовые задачи: построение тепловой характеристики при нулевых начальных условиях; построение тепловой характеристики при ненулевых начальных условиях.

Третья особенность рассматриваемого тестового примера позволяет однозначно увидеть корректность учета ненулевых начальных условий заключается в том, что остывание станка должно фиксироваться, но менее интенсивное, чем при отсутствии дополнительного подогрева. Тестовая циклограмма может применяться для уточнения модальных параметров соответствующих тепловых характеристик.

Первая типовая задача: построение

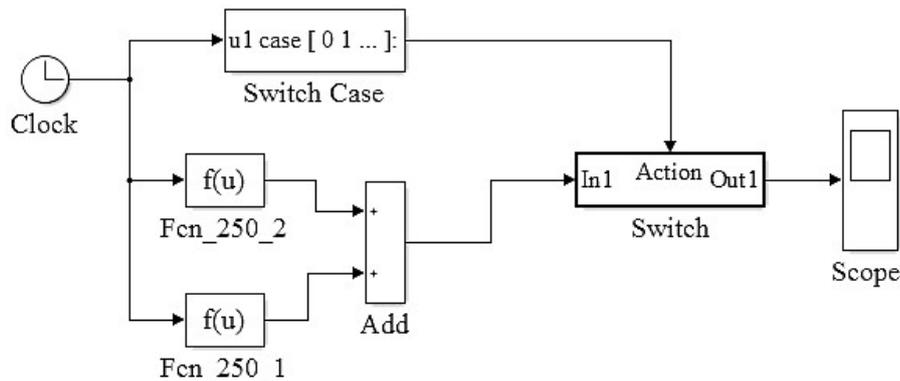


Рис. 1. Имитационная модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла на частоте 250 об/мин (1-й способ построения модели)

Второй способ моделирования основан на использовании встроенных средств решения дифференциальных уравнений в явной форме Коши (рис. 2). Принципиальным отличием этого способа создания имитационной модели от предыдущего является использование блока *Differential Equation Editor* (DEE). Данный блок используется в паре с блоком *Constant*, генерирую-

щей тепловой характеристики при нулевых начальных условиях.

Первый способ моделирования с использованием Simulink основан на использовании аналитических решений уравнения теплопроводности. Этот способ моделирования применительно к температурам ранее уже был представлен в работе [30]. На рис. 1 представлена Simulink-модель в виде системы графических блок-диаграмм для первой частоты вращения шпинделя (для рассматриваемого тестового примера). Данная Simulink-модель представляет собой имитационную модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла, работающего непрерывно на одной частоте вращения при нулевых начальных данных.

Модель включает пять блоков (рис. 1): блок-источник *Clock*, используемый для генерации времени; блок-переключатель *Switch Case* с одним входом и любым количеством выходов, работающий в сочетании с блоком *Switch Case Action Subsystem*, определяющим один временной участок циклограммы работы станка; блок задания пользовательской функции *Fcn* (*Fcn_250_1* и *Fcn_250_2*); блок виртуального осциллографа *Scope*.

Основная сложность модели – вид пользовательской функции *Fcn*. В данном примере две функции *Fcn_250_1* (первая мода) и *Fcn_250_2* (вторая мода) представляют тепловую характеристику (6).

щим постоянное число в виде отношений соответствующих амплитуды и тепловой постоянной времени

$$C_{ik} = Y_{ik} / T_{ik} \quad (9)$$

где i – фиксированная точка НСС; k – номер моды.

В данной модели (рис. 2), каждая мода описывается двумя блоками (*Constant_1/DEE_250_1* и *Constant_1/DEE_250_1*), которые суммируются

при помощи математического блока суммирования *Sum*.

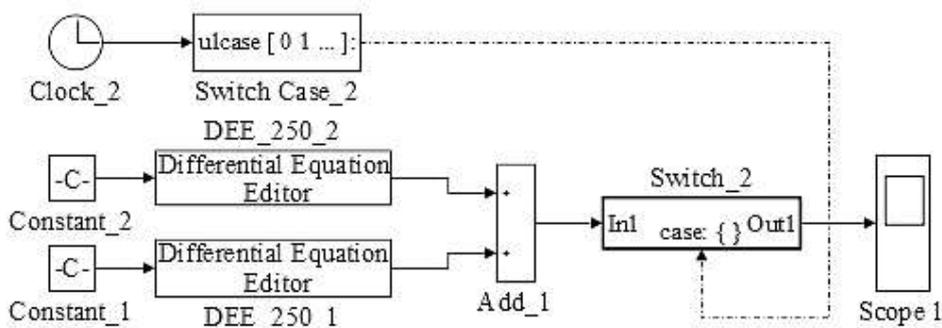


Рис. 2. Имитационная модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла на частоте 250 об/мин (2 способ построения модели)

Третий способ основан на использовании аппарата передаточных функций, базирующихся на уравнении (8). Структуры имитационных моделей при реализации третьим и вторым способами идентичны. Принципиальное отличие модели при этом способе реализации заключается в использовании блоков моделирования *Transfer Fcn*, основанных на передаточных функциях (рис. 3).

Вторая типовая задача: построение тепловой характеристики при ненулевых начальных условиях.

К сожалению, независимо от используемого способа построения имитационной модели, главной сложностью для решения этой типовой задачи является перераспределение между несколькими модами сформировавшегося на предыдущем участке циклограммы уровня смещений, принимаемых в качестве начальных условий на текущем участке циклограммы (второй и последующие участки циклограммы).

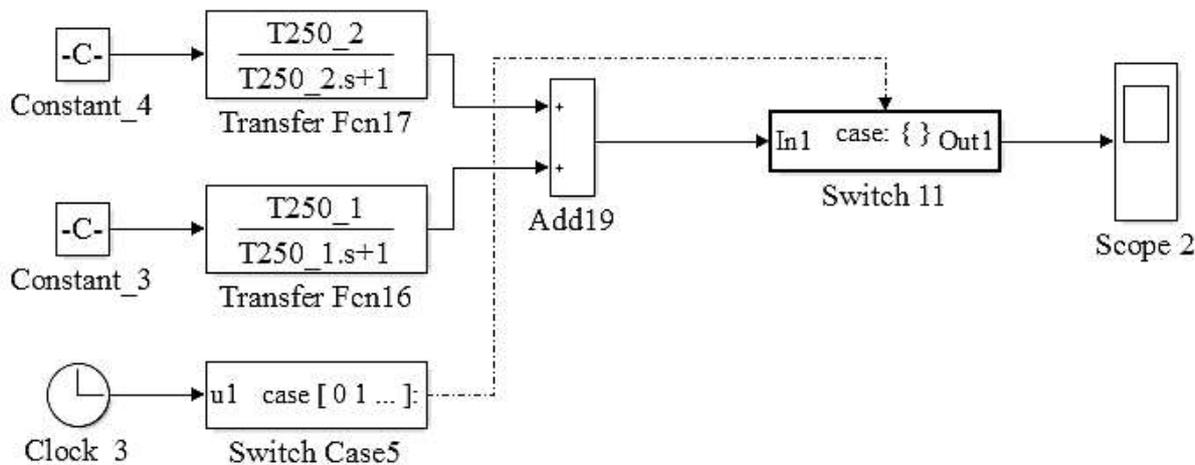


Рис. 3. Имитационная модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла на частоте 250 об/мин (третий способ построения модели)

Ранее в работах [29, 30] эта задача была решена путем использования тепловой постоянной времени только одной первой моды для описания процесса охлаждения станка, так как учет ненулевых начальных условий выполняется добавлением к процессу нагревания процесса охлаждения от сформировавшихся ненулевых начальных условий для рассматриваемого участка [17].

Такой подход оправдан только в том случае, если амплитуда второй и последующих мод существенно меньше амплитуды первой моды.

Если значения амплитуд сопоставимы по модулю, то в этом случае неизбежно формирование большой погрешности моделирования.

В данной работе предложен особый подход к формированию начального уровня для каждой моды U_{0ik} . Он реализуется в три основных этапа. Для каждого участка циклограммы работы станка введем надстрочный индекс (u).

На первом этапе находится сумма амплитуд всех мод, участвующих в формировании тепловой характеристики

$$A_i = \sum_{k=1}^n Y_{ik}^{(u)} \quad (10)$$

Амплитуды каждой моды Y_{ik} на этом этапе моделирования уже известны после обработки результатов натурных испытаний [29].

На втором этапе рассчитывается коэффициент пропорциональности

$$p_i^{(u)} = E_{0i}^{(u)} / A_i \quad (11)$$

где E_{0i} – начальный уровень сформировавшихся перемещений, мкм.

Здесь начальный уровень E_{0i} , начиная со второй участка циклограммы работы станка претерпевает изменения.

На третьем этапе рассчитываются для каждой моды для каждого участка циклограммы начальные уровни $y_{0ik}^{(u)}$

$$y_{0ik}^{(u)} = p_i^{(u)} \cdot Y_{ik}^{(u)} \quad (12)$$

Таким образом, тепловая характеристика для каждого участка (u) циклограммы работы станка приобретает уточненный вид

$$y_i^{(u)}(t) = \sum_{k=1}^n \left(Y_{ik}^{(u)} \cdot \left(1 - e^{-t/T_{ik}^{(u)}} \right) + y_{0ik}^{(u)} \cdot e^{-t/T_{ik}^{(u)}} \right) \quad (13)$$

где $T_{ik}^{(u)}$ – тепловая постоянная времени соответствующей моды на отдельном участке циклограммы работы станка.

При первом способе реализации имитационной модели ее структура не претерпевает принципиальных изменений, но требует включения дополнительных блоков, моделирующих охлаждение станка от сформированного уровня E_{0i} .

При этом параллельно с S-моделью в Matlab загружается m-файл, который формирует в памяти системы необходимые для последующего моделирования параметры, описанные уравнениями (9)–(13).

Второй и третий способы моделирования имеют идентичную структуру. Особенностью практической реализации модели в отличие от первого способа является более сложный учет времени на отдельном участке циклограммы. Это объясняется следующим. Время для каждого участка циклограммы работы станка должно задаваться локально, то есть всегда начинаться от нуля. При реализации первого способа моделирования это легко обеспечивается программно в соответствующих блоках *fcn*. При использовании редактора дифференциальных уравнений DEE или передаточных функций локальное время на каждом из участков циклограммы реализуется использованием блоков управляемой задержки *Transport Delay*. Время задержки равно длительности первого участка циклограммы – 50 минут. На рис. 4 представлен вариант модели, в которой используется одна первая мода для моделирования охлаждения от сформировавшегося уровня перемещений на первом участке y_{01} . На рис. 5 представлен вариант модели тестового примера циклограммы. На третьем участке циклограммы реализован алгоритм перераспределения начальных уровней $y_{0ik}^{(u)}$ согласно соотношениям (9)–(13).

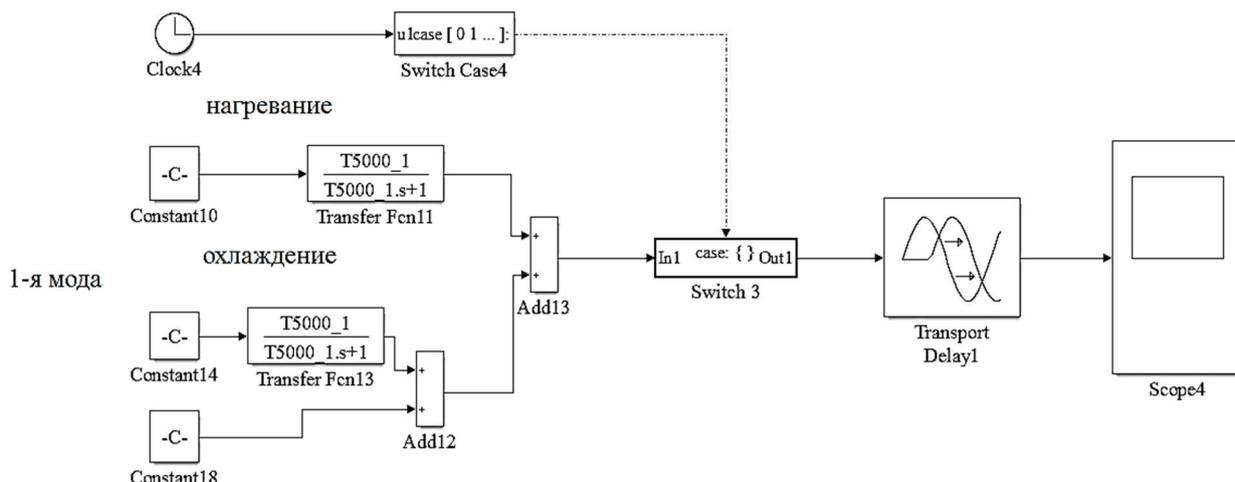


Рис. 4. Имитационная модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла на частоте 5000 об/мин (третий способ построения модели)

Натурный и машинный эксперименты. Для проверки точности разработанных имитационных моделей были проведены серии натурных и машинных экспериментов.

Натурный эксперимент проводился на станке 400V (производство ООО «НПО Станкостроение»). Для измерения температуры исполь-

зовался многоканальный измеритель температуры МИТ-12ТП, соединенный с двенадцатью термопарами, установленными в магнитных датчиках на НСС. Переключение каналов осуществлялось автоматически через каждую секунду. Схема расположения датчиков описана в работах [29, 30]. Дополнительно для измерения температурного поля отдельных наружных областей

НСС использовались тепловизор Testo 865 и инфракрасный термометр Testo 830-T2. В проведенных экспериментах расхождение показаний измерителя температур МИТ-12ТП и инфракрасного термометра Testo 830-T2 составляло около $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Для тепловизора Testo 865 эти расхождения составили около $2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

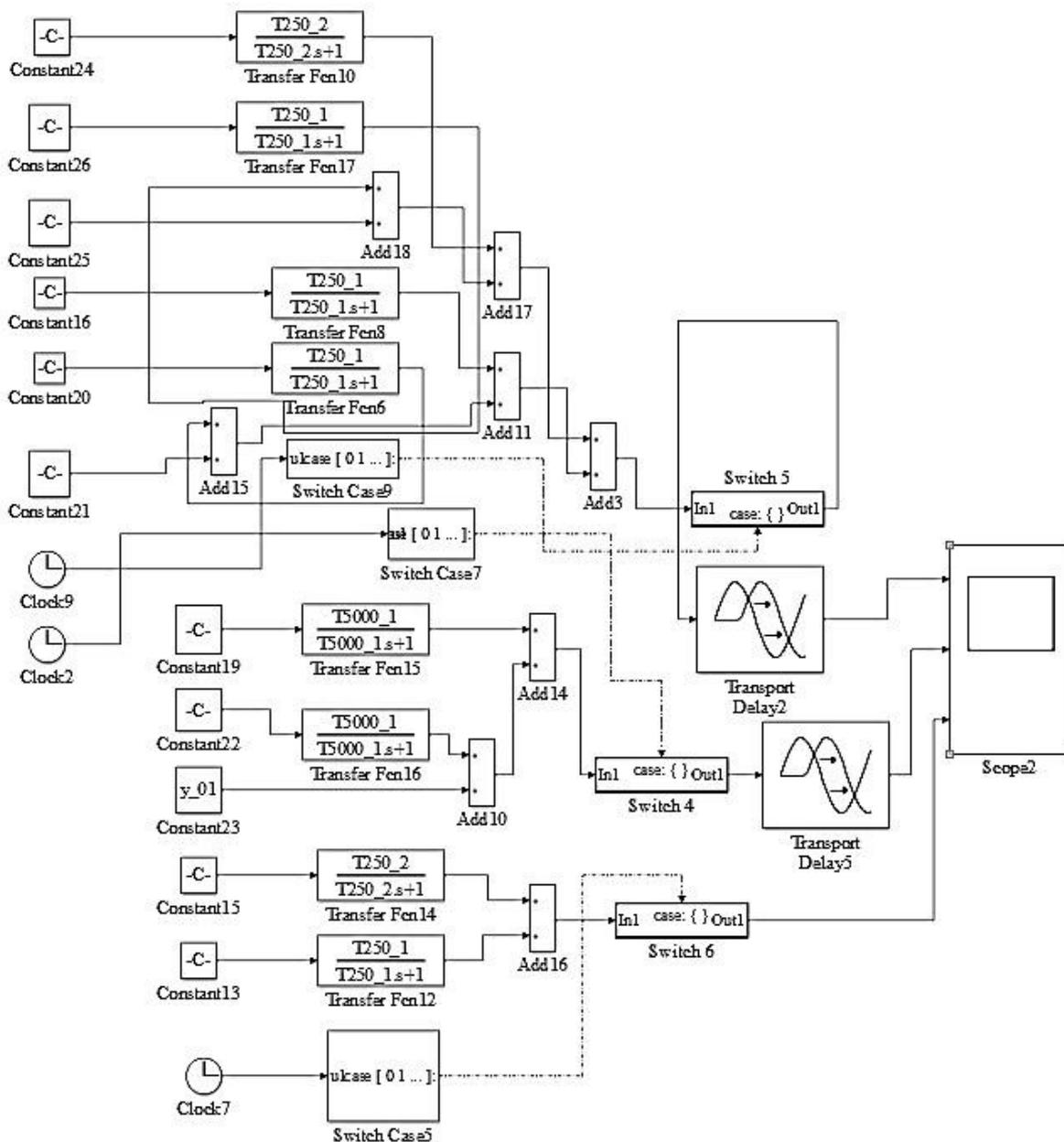


Рис. 5. Имитационная модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла при работе станка по циклограмме (тестовый пример)

Измерения тепловых смещений шпиндельной головки станка осуществлялось с помощью трех цифровых измерительных головок Norgau NID-1201, соединенных прямыми USB кабелями с компьютером. Передача данных в компьютер осуществлялась с помощью программного обеспечения USB-ИТРАК/V2.1.

Натурные эксперименты проведены для двух циклограмм работы станка. Для второй циклограммы работы станка имитационная модель, реализованная первым способом моделирования, приведена на рис. 6.

Экспериментальные тепловые характеристики и гистограммы соответствующих циклограмм приведены на рис. 7, 8 и 9. Кривые 1 на

рис. 9 – это экспериментальные тепловые характеристики. Кривые 2 представляют тепловые характеристики, в которых учет начального уровня осуществляется по первой моде. Кривые 3 представляют тепловые характеристики, в которых использован новый алгоритм перераспределения

между несколькими модами сформировавшегося на предыдущем участке циклограммы теплового смещения гильзы шпиндельного узла.

Для построения тепловых характеристик для каждой циклограммы проводились по две серии экспериментов.

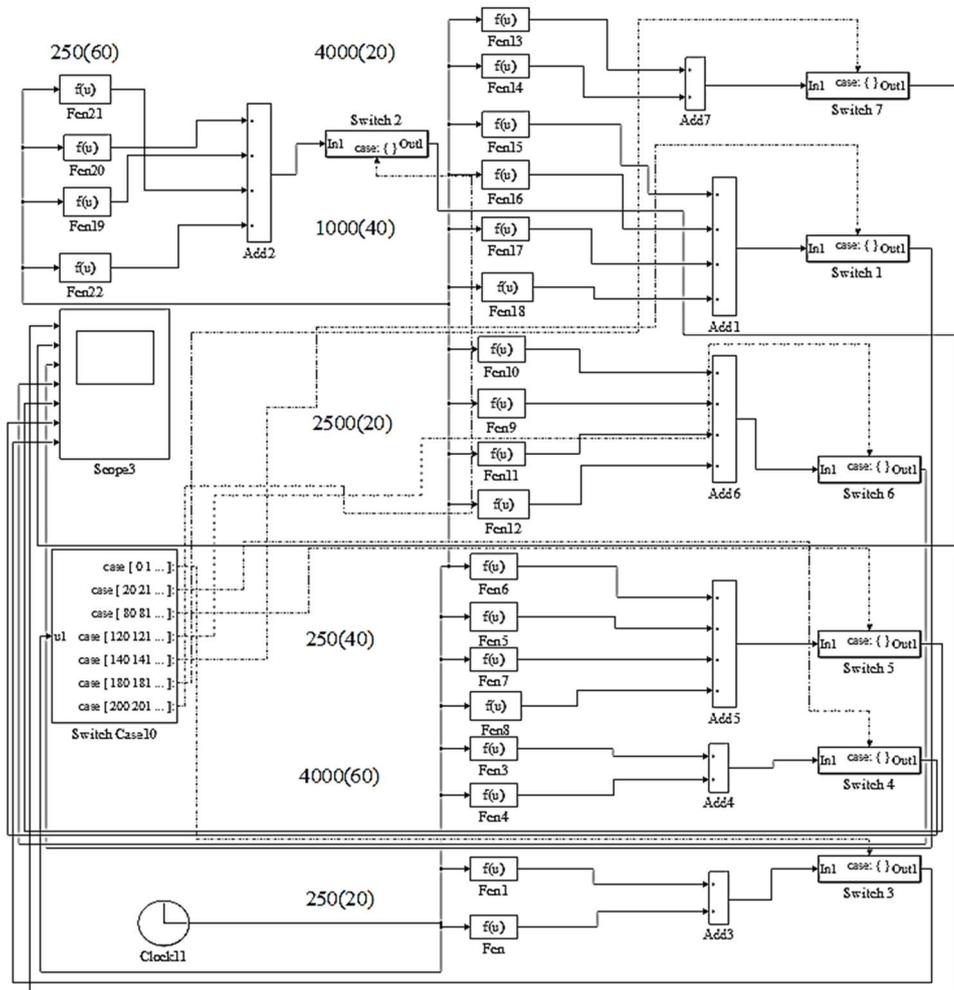


Рис. 6. Имитационная модель тепловых смещений гильзы шпиндельного узла при работе станка по второй циклограмме

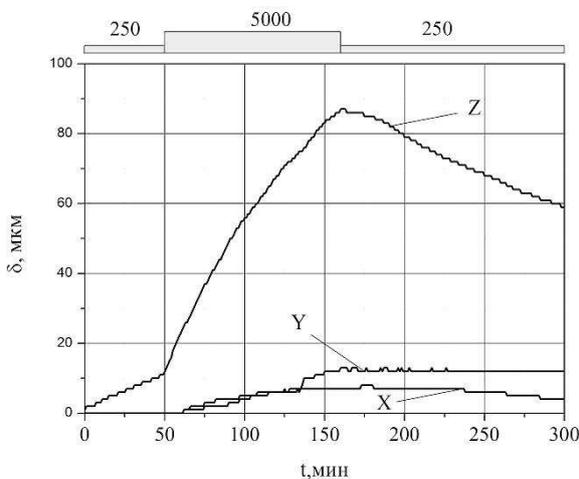


Рис. 7. Тепловые смещения гильзы шпинделя

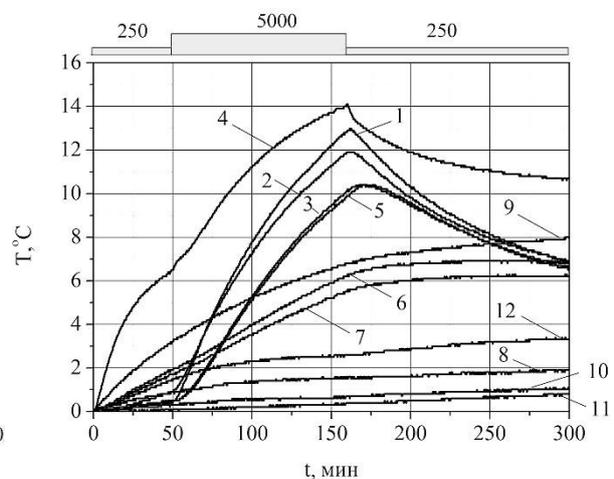


Рис. 8. Температурные характеристики НСС

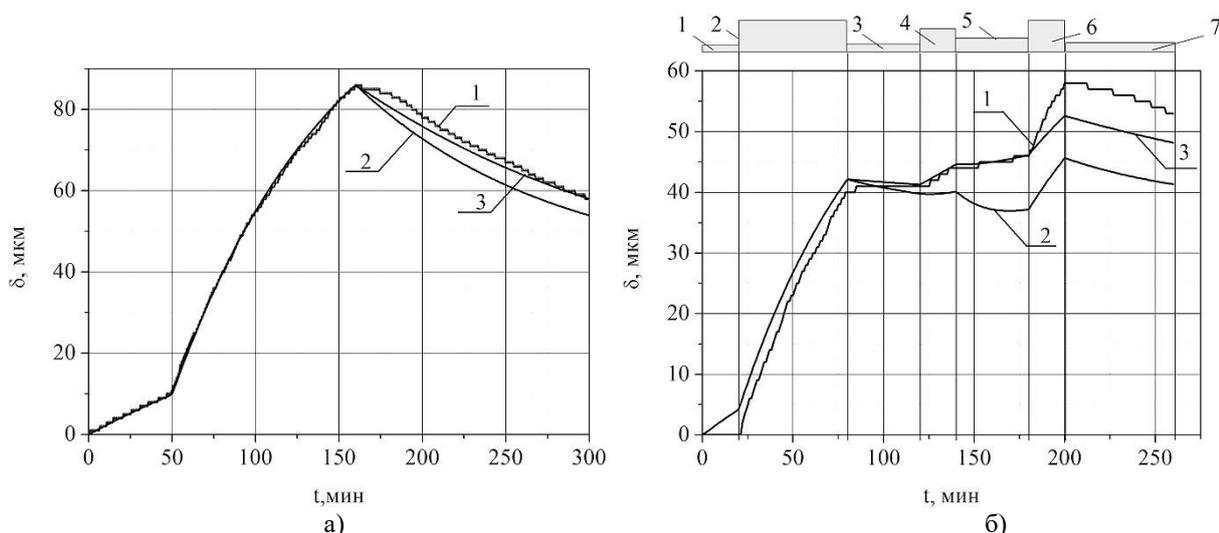


Рис. 9. Экспериментальные и расчетные тепловые смещения шпиндельной головки

В первой серии экспериментов испытания проводились на отдельных частотах вращения шпинделя при непрерывном режиме работы станка. Каждая из исследованных частот вращения шпинделя участвовала в формировании соответствующих циклограмм работы станка. Длительность каждого из испытаний была достаточна для того, чтобы получить максимально точный результат по идентификации модальных параметров [27]. Например, длительность испытаний станка на частоте 250 об/мин составляла шесть часов, на частоте 5000 об/мин – четыре часа. Эксперименты повторялись по пять раз. Для первой тестовой циклограммы эксперименты проводились на частотах: 250 и 5000 об/мин. Для второй циклограммы эксперименты дополнительно проводились на частотах: 1000, 2500 и 4000 об/мин.

Во второй серии экспериментов станок работал по циклограмме. Эксперименты также повторялись по пять раз. На рис. 7 и 8 приведены реальные экспериментальные характеристики (не усредненные и не аппроксимированные), зафиксированные в конкретный день проведения испытаний станка.

Машинный эксперимент также состоял из двух серий экспериментов.

В первой серии экспериментов с использованием экспериментального модального анализа по разработанному программному обеспечению находились модальные параметры и строились тепловые характеристики, описывающие тепловое поведение станка на отдельных частотах вращения шпинделя. Во второй серии экспериментов по предложенным выше имитационным моделям строились тепловые характеристики для заданной циклограммы и определялась погрешность моделирования.

Обсуждение полученных результатов. По результатам натуральных экспериментов первой серии после реализации процедур экспериментального модального анализа были получены группа модальных параметров для всех двенадцати температурных характеристик и трех тепловых смещений. Для тепловых смещений гильзы шпиндельной головки по оси Z и для второго термодатчика модальные параметры приведены в табл. 1. Это объясняется следующим. Максимальные экспериментальные значения тепловых смещений шпиндельной головки станка, работающего на холостом ходу, фиксировались по оси Z . Самая высокая положительная связь между тепловыми смещениями и температурами была установлена для второго термодатчика. Значение коэффициента корреляции более 0,99. При проведении второй серии экспериментов расчет коэффициентов корреляции дал аналогичный результат.

Использование трех способов построения имитационных моделей позволило установить:

- максимальная сравнительная погрешность моделирования составила около 0,02 %;
- первый способ моделирования позволяет создавать более компактные модели, поэтому является предпочтительным.

Тестовая циклограмма использовалась для более точной настройки модальных параметров тепловых характеристик. Это объясняется тем, что модальные параметры были получены из решения задачи идентификации в экстремальной постановке. При этом, согласно теории оптимизации, в виду сложности аппроксимирующей функции найденные модальные параметры позволяют сформировать только некоторый локальный минимум. Это приводит к тому, что построение с их помощью тепловых характеристик осу-

ществляется с некоторой погрешностью. Подстраивая значения модальных параметров для разных участков циклограммы, но для одной частоты вращения шпинделя (в тестовой циклограмме это осуществлялось для частоты 250 об/мин), удалось существенно повысить точ-

ность построения тепловой характеристики циклограммы. Без подстройки модальных параметров погрешность моделирования прогнозной тепловой характеристики превышала 12 мкм. После уточнения модальных параметров для тепловой характеристики 250 об/мин погрешность моделирования не превысила 6 мкм.

Таблица 1

Модальные параметры

Параметр	Y_z		T_z		Y_2		T_2	
	1-я мода	2-я мода						
250 об/мин	47,40	-9,39	140,33	80,33	12,0082	-8,8012	131,2725	98,982
5000 об/мин	111,089	-	102,000	-	15,4508	-0,94641	69,2402	4,6873
Примечание: Y_z – амплитуда тепловых смещений; T_z – тепловая постоянная времени.								

Сравнений результатов натуральных и машинных экспериментов показало:

- использование алгоритма перераспределения между несколькими модами сформированного на предыдущем участке циклограммы уровня тепловых смещений однозначно позволяет повысить точность прогнозирования;

- точность моделирования не превысила 10 %;

- высокой точности моделирования, например, в пределах даже пяти микрометров, обеспечить только по результатам прогнозирования без дополнительной коррекции практически невозможно.

Выводы. Использование Simulink следует рассматривать как один из возможных способов построения математических моделей. Проведенные исследования показали, что Simulink позволяет строить модели с несложной логикой, но достоинством построенных S-моделей является их наглядность и структурированность.

В работе рассмотрены три способа построения имитационных моделей в Simulink с использованием: аналитического решения уравнения теплопроводности, инструментов решения дифференциальных уравнений, аппарата передаточных функций. Эти способы рассмотрены на двух типовых задачах: построение тепловой характеристики станка при нулевых и ненулевых начальных условиях.

При моделировании циклограмм работы станка способ построения имитационных моделей, основанный на использовании аналитических решений уравнения теплопроводности, позволяет строить наиболее компактные модели.

При построении инвариантных моделей одновременно с S-моделью используются данные, генерируемые m-файлом Matlab.

При построении мультимодальных тепловых характеристик, основанных на экспериментальном модальном анализе, предложен новый алгоритм построения тепловых характеристик при ненулевых начальных условиях. Он базируется на перераспределении между несколькими модами уровня тепловых смещений, сформированных на предыдущем участке циклограммы работы станка. Из натуральных и вычислительных экспериментов было показано, что это однозначно позволило повысить точность прогнозирования.

В качестве дальнейшего развития применения Simulink для решения задачи снижения температурной погрешности станка является построение системы управления с обратной связью и регулятором.

Источник финансирования. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00359.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Уэмура Н. Общество 5.0: Взгляд MITSUBISHI ELECTRIC [Электронный ресурс] // Экономические стратегии. 2017. № 4. С. 122–131. URL: <http://www.inesnet.ru/article/obshhestvo-5-0-vzglyad-mitsubishi-electric/> (дата обращения: 28.11.2019).
2. Onday O. Japan's Society 5.0: Going Beyond Industry 4.0 // Bus Eco J. 2019. Vol. 10. Is. 2: 389. doi: 10.4172/2151-6219.1000389.
3. Jedrzejewski J., Kwasny W. Development of machine tools design and operational properties // Int

- J Adv Manuf Technol. 2017. Vol. 93. Is. 1-4. Pp. 1051–1068. doi: 10.1007/s00170-017-0560-2.
4. Ye W., Guo Y., Liang R., Xu J. Research on Thermo-Mechanical Coupling Deformation for the Ball Screw of Machine Tool Spindle Feed System // J. Vib. Eng. Technol. 2019. Vol. Online First. Pp. 1–12. doi: 10.1007/s42417-019-00182-5.
5. Hou R., Du H., Yan Z., Yu W., Tao T., Mei X. The modeling method on thermal expansion of CNC lathe headstock in vertical direction based on MOGA // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 103. Is. 9-12. Pp. 3629–3641. doi: 10.1007/s00170-019-03728-9.
6. Liu K., Li T., Wang Y., Sun M., Wu Y., Zhu T. Physically based modeling method for comprehensive thermally induced errors of CNC machining centers // Int J Adv Manuf Technol. 2018. Vol. 94. Is. 1-4. Pp. 463–474. doi: 10.1007/s00170-017-0736-9.
7. Li Q., Li H. A general method for thermal error measurement and modeling in CNC machine tools' spindle // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 103. Is. 5-8. Pp. 2739–2749. DOI: 10.1007/s00170-019-03665-7.
8. Xiang S., Deng M., Li H., Du Z., Yang J. Cross-rail deformation modeling, measurement and compensation for a gantry slideway grinding machine considering thermal effects // Measurement Science and Technology. 2019. Vol. 30. Is. 6. 12 p. doi: 10.1088/1361-6501/ab1232.
9. Fujishima M., Narimatsu K., Irino N., Mori M., Ibaraki S. Adaptive thermal displacement compensation method based on deep learning // CIRP journal of manufacturing science and technology. 2019. Vol. 25. Pp. 22–25. DOI: 10.1016/j.cirpj.2019.04.002.
10. Li T.J., Zhao C.Y., Zhang Y.M. Prediction method of thermal errors of the screw system in lathes based on moving thermal network // Precision Engineering. 2019. Vol. 59. Pp. 166–173. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2019.07.001.
11. Shi X., Wang W., Mu Y., Yang X. Thermal characteristics testing and thermal error modeling on a worm gear grinding machine considering cutting fluid thermal effect // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 103. Is. 9-12. Pp. 4317–4329. DOI: 10.1007/s00170-019-03650-0.
12. Liu K., Liu H., Li T., Liu Y., Wang Y. Intelligentization of machine tools: comprehensive thermal error compensation of machine-workpiece system // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 102. Is. 9-12. Pp. 3865–3877. DOI: 10.1007/s00170-019-03495-7.
13. Zhu J., Ni J., Shih A.J. Robust Machine Tool Thermal Error Modeling Through Thermal Mode Concept // Journal of manufacturing science and engineering-transactions of the ASME. 2009. Vol. 130. Is. 6: 061006 (9 p.) doi: 10.1115/1.2976148.
14. Xia C., Fu J., Xu Y. et al. Machine tool selected point temperature rise identification based on operational thermal modal analysis // Int J Adv Manuf Technol. 2014. Vol. 70. Is. 1-4. Pp. 19–31. doi: 10.1007/s00170-013-5239-8.
15. Ewins D.J. Modal Testing: theory and practice. New York: John Wiley and Sons Inc. 1984, 320 p.
16. Matsuo M., Yasui T., Inamura T., Matsu-mura M. High speed test of thermal effects for a machine-tool structure based on modal analysis // Precision Engineering. 1986. Vol. 8. Is. 2. Pp. 72–80.
17. Хомяков В.С., Досько С.И., Поляков А.Н. Применение теоретического модального анализа к расчету температурных полей в металлорежущих станках // Известия вузов. Машиностроение. 1989. №9. С. 154–158.
18. Коллатц Л. Задачи на собственные значения. М.: Наука. 1968, 504 с.
19. Кравченко К.Ю., Кугаевский С.С., Журавлев М.П., Элькин Д.М. Операционный модальный анализ для определения собственных частот колебаний // Вестник ПНИПУ. 2017. Т. 19. №2. С. 21–34.
20. Peng Y., Li B., Mao X., Liu H., Qin C., He H. A method to obtain the in-process FRF of a machine tool based on operational modal analysis and experiment modal analysis // Int J Adv Manuf Technol. 2018. Vol. 95. Is. 9-12. Pp. 3599–3607. doi: 10.1007/s00170-017-1405-8.
21. Li B., Li L., He H. et al. Research on modal analysis method of CNC machine tool based on operational impact excitation // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 103. Is. 1-4. Pp. 1155–1174. DOI: 10.1007/s00170-019-03510-x.
22. Chan Y.J., Huang J.W. Time-Domain Operational Modal Analysis in Machine Tools: Optimal Parameters and Practical Issues // Int. J. Precis. Eng. Manuf. 2018. Vol. 19. Is. 6. Pp. 889–897. doi: 10.1007/s12541-018-0105-0
23. Поляков А.Н., Кравцов А. Г. Прогнозирование тепловых характеристик станка в условиях непрерывной работы // Вестник машиностроения. 2005. № 10. С. 43–49.
24. Hendrawan Y.M., Farrage A., Uchiyama N. Iterative NC program modification and energy saving for a CNC machine tool feed drive system with linear motors // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 102. Is. 9-12. Pp. 3543–3562. doi: 10.1007/s00170-019-03390-1.
25. Ma J., Hu G., Qin F., Su W., Jia Z. Optimization method of tool axis vector based on kinematical characteristics of rotary feed axis for curved surface machining // Int J Adv Manuf Technol. 2019.

Vol. 100. Is. 5–8. Pp. 2007-2020. DOI: 10.1007/s00170-018-2738-7.

26. Mchichi N.A., Mayer J.R. Optimal calibration strategy for a five-axis machine tool accuracy improvement using the D-optimal approach // Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 103. Is. 1-4. Pp. 251-265. doi: 10.1007/s00170-019-03454-2.

27. Поляков А.Н., Парфенов И.В. Идентификация тепловых процессов в металлорежущих станках // Вестник машиностроения. 1995. №2. С. 19–22.

28. Кузнецов А.П. Тепловые процессы в металлорежущих станках. М.: Техносфера. 2019, 488 с.

29. Поляков А.Н., Гончаров А.Н., Парфенов И.В. Прогнозирование тепловых характеристик станков для сложного режима работы // Вестник МГТУ Станкин. 2019. №1 (48). С. 93–97.

30. Поляков А.Н., Парфёнов И.В. Имитационное моделирование тепловых процессов в станках // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2018. №9. С. 125–132.

Информация об авторах

Поляков Александр Николаевич, доктор технических наук, заведующий кафедрой технологии машиностроения, металлообрабатывающих станков и комплексов, профессор. E-mail: anp_temos@mail.ru. Оренбургский государственный университет, Россия, 460018, г. Оренбург, просп. Победы, д. 13

Никитина Инна Петровна, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения, металлообрабатывающих станков и комплексов. E-mail: innanikitina@list.ru. Оренбургский государственный университет, Россия, 460018, г. Оренбург, просп. Победы, д. 13

Поступила в декабре 2019 г.

© Поляков А.Н., Никитина И.П., 2020

**Polyakov A.N., Nikitina I.P.*

Orenburg State University

**E-mail: anp_temos@mail.ru*

APPLICATION OF THE MODAL APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF THERMAL CHARACTERISTICS OF MACHINES OPERATING IN COMPLEX MODE

Abstract. A methodology of building simulation models as applied to the thermal processes of machine tools in Simulink is presented. Three ways to building simulation models in Simulink are considered: by using the analytical solution of the thermal conductivity equation, tool for solving differential equations and apparatus of transfer functions. These three ways are presented for solving two typical problems: building the thermal characteristics of the machine tool under zero and non-zero initial conditions. Studies have shown that Simulink allows to build models with simple logic, but the advantage of the built S-models is their visibility and structuring. When modeling the diagrammatic works of the machine's operation, the method of building simulation models based on the use of analytical solutions of the thermal conductivity equation allows to build the most compact models. A feature of building invariant models in Simulink is the use of the Matlab m-file, in which the parameters used in the S-model are generated.

Keyword: thermal characteristics of the machine, thermal error, experimental modal analysis, simulation.

REFERENCES

1. Uemura N. Society 5.0: The MITSUBISHI ELECTRIC Look [Obshchestvo 5.0: Vzglyad MITSUBISHI ELECTRIC]. Ekonomicheskie strategii. 2017. No. 4. Pp. 122-131. Available at: <http://www.inesnet.ru/article/obshhestvo-5-0-vzglyad-mitsubishi-electric/> (accessed 28.11.2019).

2. Onday O. Japan's Society 5.0: Going Beyond Industry 4.0. Bus Eco J. 2019. Vol. 10. Is. 2: 389. doi: 10.4172/2151-6219.1000389.

3. Jedrzejewski J., Kwasny W. Development of machine tools design and operational properties.

Int J Adv Manuf Technol. 2017. Vol. 93. Is. 1-4. Pp. 1051–1068. doi: 10.1007/s00170-017-0560-2.

4. Ye W., Guo Y., Liang R., Xu J. Research on Thermo-Mechanical Coupling Deformation for the Ball Screw of Machine Tool Spindle Feed System. J. Vib. Eng. Technol. 2019. Vol. Online First. Pp. 1-12. doi: 10.1007/s42417-019-00182-5.

5. Hou R., Du H., Yan Z., Yu W., Tao T., Mei X. The modeling method on thermal expansion of CNC lathe headstock in vertical direction based on MOGA. Int J Adv Manuf Technol. 2019. Vol. 103. Is. 9-12. Pp. 3629–3641. doi: 10.1007/s00170-019-03728-9.

6. Liu K., Li T., Wang Y., Sun M., Wu Y., Zhu T. Physically based modeling method for comprehensive thermally induced errors of CNC machining centers. *Int J Adv Manuf Technol.* 2018. Vol. 94. Is. 1-4. Pp. 463-474. doi: 10.1007/s00170-017-0736-9.
7. Li Q., Li H. A general method for thermal error measurement and modeling in CNC machine tools' spindle. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 103. Is. 5-8. Pp. 2739-2749. doi: 10.1007/s00170-019-03665-7.
8. Xiang S., Deng M., Li H., Du Z., Yang J. Cross-rail deformation modeling, measurement and compensation for a gantry slideway grinding machine considering thermal effects. *Measurement Science and Technology.* 2019. Vol. 30. Is. 6. 12 pp. doi: 10.1088/1361-6501/ab1232.
9. Fujishima M., Narimatsu K., Irino N., Mori M., Ibaraki S. Adaptive thermal displacement compensation method based on deep learning. *CIRP journal of manufacturing science and technology.* 2019. Vol. 25. Pp. 22-25. doi: 10.1016/j.cirpj.2019.04.002.
10. Li T.J., Zhao C.Y., Zhang Y.M. Prediction method of thermal errors of the screw system in lathes based on moving thermal network. *Precision Engineering.* 2019. Vol. 59. Pp. 166-173. doi: 10.1016/j.precisioneng.2019.07.001.
11. Shi X., Wang W., Mu Y., Yang X. Thermal characteristics testing and thermal error modeling on a worm gear grinding machine considering cutting fluid thermal effect. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 103. Is. 9-12. Pp. 4317-4329. doi: 10.1007/s00170-019-03650-0.
12. Liu K., Liu H., Li T., Liu Y., Wang Y. Intelligentization of machine tools: comprehensive thermal error compensation of machine-workpiece system. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 102. Is. 9-12. Pp. 3865-3877. DOI: 10.1007/s00170-019-03495-7.
13. Zhu J., Ni J., Shih A.J. Robust Machine Tool Thermal Error Modeling Through Thermal Mode Concept. *Journal of manufacturing science and engineering-transactions of the ASME.* 2009. Vol. 130. Is. 6: 061006 (9 p.) doi: 10.1115/1.2976148.
14. Xia C., Fu J., Xu Y. et al. Machine tool selected point temperature rise identification based on operational thermal modal analysis. *Int J Adv Manuf Technol.* 2014. Vol. 70. Is. 1-4. Pp. 19-31. DOI: 10.1007/s00170-013-5239-8.
15. Ewins D.J. *Modal Testing: theory and practice.* New York: John Wiley and Sons Inc. 1984, 320 p.
16. Matsuo M., Yasui T., Inamura T., Matsu-mura M. High speed test of thermal effects for a machine-tool structure based on modal analysis. *Precision Engineering.* 1986. Vol. 8. Is. 2. Pp. 72-80.
17. Homyakov V.S., Dos'ko S.I., Polyakov A.N. Application of theoretical modal analysis to the calculation of temperature fields in metal-cutting machines [Primenenie teoreticheskogo modal'nogo analiza k raschetu temperaturnykh polej v metal-lorezhushchih stankah]. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie.* 1989. No 9. Pp. 154-158. (rus)
18. Kollatc L. *Eigenvalue Tasks [Zadachi na sobstvennyye znacheniya].* M.: Nauka. 1968, 504 p. (rus)
19. Kravchenko K.YU., Kugaevskij S.S., ZHuravlev M.P., El'kind D.M. Operational modal analysis to determine natural frequencies [Operacionnyj modal'nyj analiz dlya opredeleniya sobstvennykh chastot kolebanij]. *Vestnik PNIPU.* 2017. Vol. 19. No 2. Pp. 21-34. (rus)
20. Peng Y., Li B., Mao X., Liu H., Qin C., He H. A method to obtain the in-process FRF of a machine tool based on operational modal analysis and experiment modal analysis. *Int J Adv Manuf Technol.* 2018. Vol. 95. Is. 9-12. Pp. 3599-3607. doi: 10.1007/s00170-017-1405-8.
21. Li B., Li L., He H. et al. Research on modal analysis method of CNC machine tool based on operational impact excitation. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 103. Is. 1-4. Pp.1155-1174. DOI: 10.1007/s00170-019-03510-x.
22. Chan Y.J., Huang JW. Time-Domain Operational Modal Analysis in Machine Tools: Optimal Parameters and Practical Issues. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.* 2018. Vol. 19. Is. 6. Pp. 889-897. doi: 10.1007/s12541-018-0105-0
23. Polyakov A.N., Kravcov A. G. Prediction of thermal characteristics of the machine in continuous operation [Prognozirovanie teplovykh harakteristik stanka v usloviyah nepreryvnoj raboty]. *Vestnik mashinostroeniya.* 2005. No 10. Pp. 43-49. (rus)
24. Hendrawan Y.M., Farrage A., Uchiyama N. Iterative NC program modification and energy saving for a CNC machine tool feed drive system with linear motors. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 102. Is. 9-12. Pp. 3543-3562. doi: 10.1007/s00170-019-03390-1.
25. Ma J., Hu G., Qin F., Su W., Jia Z. Optimization method of tool axis vector based on kinematical characteristics of rotary feed axis for curved surface machining. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 100. Is. 5-8. Pp. 2007-2020. doi: 10.1007/s00170-018-2738-7.
26. Mchichi N.A., Mayer J.R. Optimal calibration strategy for a five-axis machine tool accuracy improvement using the D-optimal approach. *Int J Adv Manuf Technol.* 2019. Vol. 103. Is. 1-4. Pp. 251-265. doi: 10.1007/s00170-019-03454-2.
27. Polyakov A.N., Parfyonov I.V. Identification of thermal processes in metal-cutting machines. *Bulletin of mechanical engineering [Identifikaciya*

teplovyh processov v metallorezhushchih stankah]. Vestnik mashinostroeniya. 1995. No. 2. Pp. 19–22. (rus)

28. Kuznecov A.P. Thermal processes in metal cutting machines [Teplovye processy v metallorezhushchih stankah]. M.: Tekhnosfera. 2019, 488 p.

29. Polyakov A.N., Goncharov A.N., Parfyonov I.V. Prediction of thermal characteristics of machines for complex operation [Prognozirovanie

teplovyh karakteristik stankov dlya slozhnogo rezhima raboty]. Vestnik MGTU Stankin. 2019. No. 1 (48). Pp. 93–97. (rus)

30. Polyakov A.N., Parfyonov I.V. Simulation of thermal processes in machines [Imitacionnoe modelirovanie teplovyh processov v stankah]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2018. No. 9. Pp. 125–132. (rus)

Information about the authors

Polyakov, Aleksandr N. PhD, Professor. E-mail: anp_temos@mail.ru. Orenburg State University. Russia, 460018, Orenburg, av. Pobedy, 13.

Nikitina, Inna P. PhD, Assistant professor. E-mail: innanikitina@list.ru. Orenburg State University. Russia, 460018, Orenburg, av. Pobedy, 13.

Received in Desember 2019

Для цитирования:

Поляков А.Н., Никитина И.П. Применение модального подхода к построению тепловых характеристик станков, работающих в сложном режиме // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2020. № 2. С. 149–163. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-2-149-163

For citation:

Polyakov A.N., Nikitina I.P. Application of the modal approach to the construction of thermal characteristics of machines operating in complex mode. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2020. No. 2. Pp. 149–163. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-2-149-163