

DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-1-110-114

\*Семикопенко И.А., Воронов В.П., Беляев Д.А., Чужинов В.О.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

\*E-mail: semickopenko.i@yandex.ru

## ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ ИЗ КАМЕРЫ ПОМОЛА ДЕЗИНТЕГРАТОРА В ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ОСИ ВРАЩЕНИЯ РОТОРОВ

**Аннотация.** В настоящее время дезинтеграторы являются одним из видов оборудования, применяемого при помоле и смешении различных материалов. Преимуществами дезинтеграторов являются возможность регулирования частоты вращения роторов и изменения геометрических параметров для получения продукта помола с требуемым зерновым составом, а также простота конструкции. В данной статье предложено описание истечения двухфазной среды из камеры помола в выходной патрубке, ось которого сдвинута относительно плоскости, проходящей через центр вращения роторов. Представлена расчетная схема истечения двухфазного потока в выходной патрубке в плоскости, перпендикулярной оси цилиндрического корпуса. Сделано предположение, что движение двухфазной среды из камеры помола в выходной патрубке происходит с постоянной по модулю скоростью. Схема истечения двухфазного потока рассмотрена с учетом того, что длина выходного патрубка значительно превышает его ширину. Получены соотношения, определяющие изменение компонент вектора скорости вблизи выхода двухфазного потока в выходной патрубке.

Опираясь на полученные выражения, определена траектория движения двухфазного потока из камеры помола в выходной патрубке. Таким образом, используя результаты данного теоретического исследования, можно обеспечить рациональное соотношение основных конструктивных параметров узла разгрузки дезинтегратора.

**Ключевые слова:** дезинтегратор, камера помола, двухфазная среда, частица.

Дезинтеграторы являются наиболее эффективным оборудованием для помола, смешения и активации материалов [1].

Рассмотрим процесс истечения двухфазной среды из камеры помола дезинтегратора в плоскости, перпендикулярной оси вращения роторов, в выходной патрубке, представленный на рисунке 1.

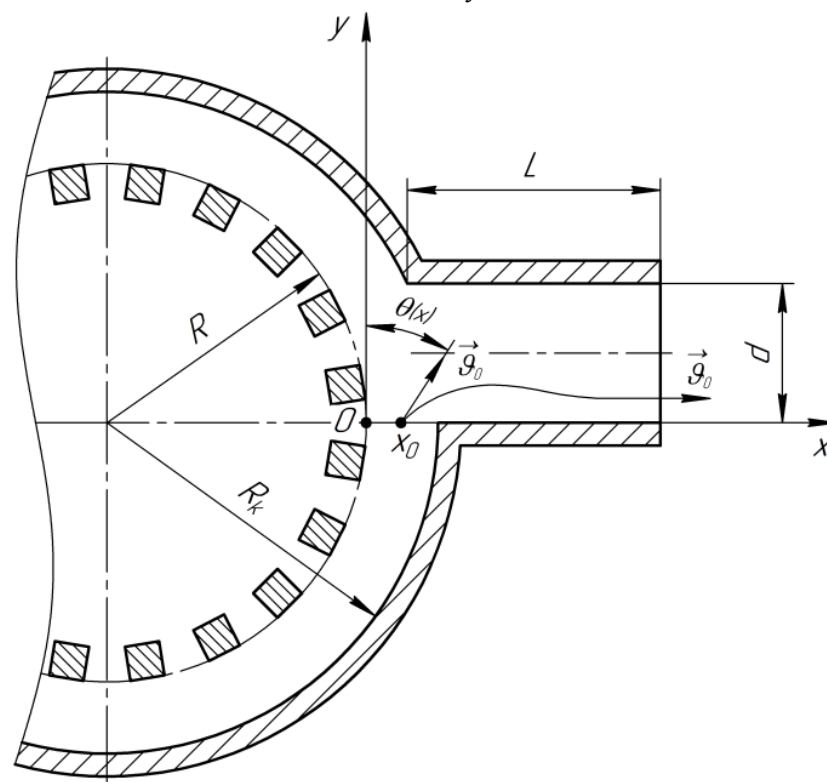


Рис. 1. Схема истечения двухфазного потока в выходной патрубке в плоскости, перпендикулярной оси цилиндрического корпуса:  $R$  – радиус внешнего ряда ударных элементов,  $R_k$  – внутренний радиус цилиндрического корпуса

Предположим, что движение двухфазной среды из камеры помолы дезинтегратора в выходной патрубке происходит с постоянной по модулю скоростью движения среды:

$$(\vec{\vartheta}_0)^2 = \vartheta_0^2 = \text{const.} \quad (1)$$

На основании расчетной схемы, представленной на рисунке 2, компонента вектора скорости представлена в следующем виде:

$$\vec{\vartheta}_0 = (\vartheta_x, \vartheta_y, 0), \quad (2)$$

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \sin \theta(x), \quad (3)$$

$$\vartheta_y = \vartheta_0 \cos \theta(x), \quad (4)$$

где  $\theta(x)$  – угол, который образует вектор скорости двухфазной среды с положительным направлением оси «O<sub>y</sub>».

При выходе двухфазного потока в разгрузочный патрубок, длина которого  $L \gg d$ , происходит поворот вектора скорости, который описывается изменением угла  $\theta$  вдоль оси «O<sub>x</sub>».

$$\delta W = \gamma \cdot H \cdot d \cdot \vartheta_0^2 \int_0^\infty (-\cos \theta(x) \cdot \sin \theta(x)) \cdot \delta \theta(x) + S \frac{d\theta}{dx} \cdot \delta \left( \frac{d\theta}{dx} \right) dx. \quad (7)$$

Минимальное значение функционала (7) достигается при выполнении следующих соотношений:

$$S \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \sin \theta \cdot \cos \theta = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = 0, \text{ при } x = 0, \text{ и } x = \infty. \quad (9)$$

Необходимо найти решение уравнения (8), удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$\theta(x = 0) = 0, \quad (10)$$

$$\theta(x = \infty) = \frac{\pi}{2}. \quad (11)$$

Уравнение (8) можно привести к следующему виду:

$$\frac{d}{dx} \left[ S \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 + \sin^2 \theta \right] = 0. \quad (12)$$

Интегрирование дифференциального уравнения (12) приводит к соотношению:

$$S \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 + \sin^2 \theta = C_1. \quad (13)$$

Применение (9) и (11) к (13) позволяет найти значение произвольной постоянной:

$$C_1 = 1. \quad (14)$$

С учетом (14) выражение (13) принимает вид:

$$\sqrt{S} \frac{d\theta}{dx} = \pm \cos \theta. \quad (15)$$

С математической точки зрения уравнение (15) является дифференциальным уравнением с

Кинетическую энергию движения двухфазной среды представим в следующем виде:

$$W = \int \int_{\Sigma} \left\{ \frac{\gamma \vartheta_0^2}{2} + \frac{\gamma \cdot S}{2} (\nabla \cdot \vec{\vartheta}_0)^2 \right\} dV, \quad (5)$$

здесь  $\nabla$  – двумерный оператор Лапласа;  $S$  – площадь поперечного сечения выходного патрубка.

Подынтегральное выражение в формуле (5) представляет собой плотность энергии двухфазного потока, истекающего в выходной патрубке дезинтегратора.

Подстановка (2) – (4) в (5) и выполнение интегрирования по переменным «y» и «z» приводит к следующему соотношению:

$$W = \frac{\gamma \cdot H \cdot d \cdot \vartheta_0^2}{2} \int_0^{L=\infty} (\cos^2 \theta(x) + S \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2) dx. \quad (6)$$

На основании функционала (6), используя вариационный принцип, можно найти уравнение, описывающее изменение угла  $\theta(x)$ .

разделяющимися переменными. Разделение переменных в (15) приводит к соотношению:

$$\int \frac{d\theta}{\cos \theta} = \pm \frac{dx}{\sqrt{S}}. \quad (16)$$

Вычисление интеграла в (16) приводит к следующему результату:

$$\ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right) \right| = \pm \frac{x}{\sqrt{S}} + C_2. \quad (17)$$

На основании граничных условий (10) и (11) постоянную  $C_2$  необходимо приравнять нулю, поэтому (17) можно придать следующий вид:

$$\theta(x) = \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arctg} \left( \exp \left( -\frac{x}{\sqrt{S}} \right) \right). \quad (18)$$

С учетом полученного соотношения (18) формулы (3) и (4) соответственно принимает вид:

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \cos \cdot \left( 2 \cdot \operatorname{arctg} \left( \exp \left( -\frac{x}{\sqrt{S}} \right) \right) \right), \quad (19)$$

$$\vartheta_y = \vartheta_0 \sin \cdot \left( 2 \cdot \operatorname{arctg} \left( \exp \left( -\frac{x}{\sqrt{S}} \right) \right) \right). \quad (20)$$

Введем следующее обозначение

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( \exp \left( -\frac{x}{\sqrt{S}} \right) \right). \quad (21)$$

На основании (21) находим:

$$\operatorname{tg} \alpha = e^{-\frac{x}{\sqrt{S}}}; \quad (22)$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{S}}}; \quad (23)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cos^2 \alpha \cdot e^{-\frac{x}{\sqrt{S}}}; \quad (24)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1+tg^2 \alpha} = \frac{1}{1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}. \quad (25)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2}{e^{\frac{x}{\sqrt{s}}}(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}})}. \quad (26)$$

Подстановка (25) в (24) приводит к следующему результату:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \left(1 - e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right) = \frac{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}{1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}. \quad (27)$$

На основании полученных соотношений (26) и (27) формулы (19) и (20) примут вид:

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \cdot \frac{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}{1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}. \quad (28)$$

$$\vartheta_y = \frac{2\vartheta_0}{e^{\frac{x}{\sqrt{s}}}\left(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right)}. \quad (29)$$

Полученные соотношения (28) и (29) определяют изменение компонент вектора скорости вблизи выхода двухфазного потока в выходной патрубке.

Опираясь на полученные выражения (28) и (29), можно определить траекторию движения двухфазного потока из камеры помолы в выходной патрубке. Для этой цели формулы (28) и (29) представим в виде:

$$\int \frac{\left(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right) dx}{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}} = \begin{cases} z = e^{\frac{x}{\sqrt{s}}} & dx = -\sqrt{s} \frac{dz}{z} \\ x = -\sqrt{s} \ln z \end{cases} = -\sqrt{s} \int \frac{1+z^2}{z(1-z^2)} dz = -\sqrt{s} \cdot \int \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{1-z} - \frac{1}{1+z}\right) dz = -\sqrt{s}(\ln z - \ln(1-z) - \ln(1+z)) = -\sqrt{s} \left(\ln\left(e^{-\frac{x}{\sqrt{s}}}\right) - \ln\left(1 - e^{-\frac{x}{\sqrt{s}}}\right) - \ln\left(1 + e^{-\frac{x}{\sqrt{s}}}\right)\right) = x + \sqrt{s} \cdot \ln\left(1 - e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right). \quad (33)$$

Подстановка (33) в (32) приводит к следующему результату:

$$x + \sqrt{s} \ln\left(1 - e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right) = \vartheta_0 \cdot t + C_2. \quad (34)$$

Постоянную интегрирования в (34) находим из начального условия:

$$\text{при } t = 0, x = x_0. \quad (35)$$

Применив (35) к (34), получим следующий результат:

$$C_2 = x_0 + \sqrt{s} \ln\left(1 - e^{-\frac{2x_0}{\sqrt{s}}}\right). \quad (36)$$

Подстановка (36) в (34) дает:

$$x - x_0 + \sqrt{s} \ln\left(\frac{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}{1-e^{-\frac{2x_0}{\sqrt{s}}}}\right) = \vartheta_0 \cdot t. \quad (37)$$

Интегрирование уравнения (31), удовлетворяющее начальному условию:

$$\text{при } t = 0, y = 0. \quad (38)$$

Вычислим:

$$\frac{dx}{dt} = \vartheta_0 \cdot \frac{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}{1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}; \quad (30)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{2\vartheta_0}{e^{\frac{x}{\sqrt{s}}}\left(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right)}. \quad (31)$$

Разделение переменных в дифференциальном уравнении (30) приводит к следующему выражению:

$$\int \frac{\left(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right) dx}{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}} = \vartheta_0 \cdot t + C_2. \quad (32)$$

Вычислим:

приводит к следующему соотношению:

$$y = \frac{2 \cdot \vartheta_0 \cdot t}{e^{\frac{x}{\sqrt{s}}}\left(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right)}, \quad (39)$$

Исключение времени "t" из соотношений (37) и (39) позволяет получить следующее выражение:

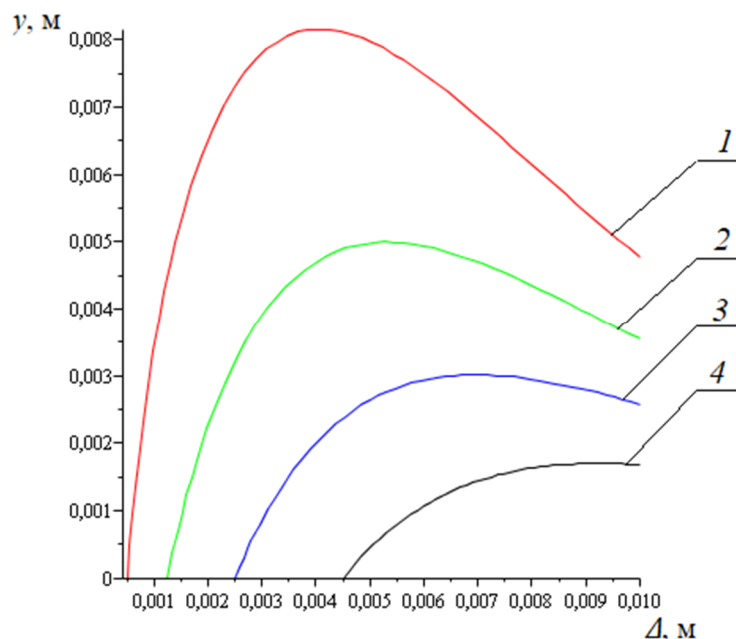
$$y = 2 \cdot \frac{x - x_0 + \sqrt{s} \ln \frac{1-e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}}{1-e^{-\frac{2x_0}{\sqrt{s}}}}}{e^{\frac{x}{\sqrt{s}}}\left(1+e^{-\frac{2x}{\sqrt{s}}}\right)}. \quad (40)$$

Согласно расчетной схеме, представленной на рисунке 1:

$$s = \Delta^2, \quad (41)$$

где  $\Delta$  – радиальный зазор.

На рисунке 2 представлены кривые функциональной зависимости (40) для набора значений  $x_0$ .

Рис. 2. Зависимость  $y = f(x_0)$ .

1 – для  $x_0 = 0,1\Delta$ ; 2 – для  $x_0 = \Delta/4$ ; 3 – для  $x_0 = \Delta/2$ ; 4 – для  $x_0 = \Delta - 0,0005$ .

Анализ полученных графических зависимостей позволяет сделать заключение о размере  $d$  ширины выходного патрубка:

$$d = 1,6 \cdot \Delta. \quad (42)$$

Таким образом, согласно (42) ширина выходного патрубка, представленного на рисунке 1, должна в 1,6 раза превышать радиальный зазор в камере помола дезинтегратора.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хинт И.А. Основы производства силикатных изделий. М.:Стройиздат, 1962. 636 с.
2. Кухлинг Х. Справочник по физике. М., Мир, 1985. 196 с.

3. Богданов В.С., Семикопенко И.А., Масловская А.Н., Александрова Е.Б. Дезинтегратор с повышенными нагрузками на измельчаемый материал // Строительные и дорожные машины. 2009. №5. С. 51–54.

4. Данилов Р.Г. Гипотеза механизма тонкого измельчения в роторных мельницах с зубчатоподобным зацеплением // Промышленность стройматериалов и стройиндустрия. Энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений: Сб. докл. Междунар. конф. Ч.4. Белгород, 1997. С. 164–168.

5. Богданов В.С., Семикопенко И.А., Воронов В.П. Дезинтеграторы. Конструкции. Теория. Эксперимент. Белгород: Изд-во БГТУ, 2016. 235 с.

#### Информация об авторах

**Семикопенко Игорь Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры механического оборудования. E-mail: semikopenko.i@yandex.ru. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Воронов Виталий Павлович**, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Беляев Денис Александрович**, аспирант кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Чужинов Владислав Олегович**, магистрант кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Поступила в июле 2019 г.

© Семикопенко И.А., Воронов В.П., Беляев Д.А., Чужинов В.О., 2020

**\*Semikopenko I.A., Voronov V.P., Belyaev D.A., Chuzhinov V.O.**

*Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*

*\*E-mail: semickopencko.i@yandex.ru*

## DESCRIPTION OF THE PROCESS OF A TWO PHASE MEDIA OUTFLOW FROM THE DISINTEGRATOR GRINDING CHAMBER IN THE PLANE PERPENDICULAR ROTORS AXIS

**Abstract.** *Currently, disintegrators are equipment used for grinding and mixing various materials. The advantages of disintegrators are the ability to control the rotation frequency of the rotors and change the geometric parameters to obtain a grinding product with the required grain composition, as well as the simplicity of the design. This article describes the flow of a two-phase medium from the grinding chamber to the outlet pipe, whose axis is shifted relative to the plane passing through the center of rotation of the rotors. A design scheme for the two-phase flow into the outlet pipe in a plane perpendicular to the axis of the cylindrical body is presented. It is assumed that the movement of the two-phase medium from the grinding chamber to the outlet pipe occurs at a constant modulus speed. The diagram of the two-phase flow is considered taking into account that the length of the outlet pipe significantly exceeds its width. The relations determining the change of the velocity vector components near the two-phase flow outlet to the outlet pipe are obtained. Based on the obtained expressions, the trajectory of the two-phase flow from the grinding chamber to the outlet pipe is determined. Thus, using the results of this theoretical study, it is possible to provide a rational ratio of the main design parameters of the disintegrator unloading unit.*

**Keywords:** *disintegrator, the grinding chamber, two-phase environment, particles.*

### REFERENCES

1. Hint I.A. Fundamentals of production silicalite products [Osnovy proizvodstva silikal'citnyh izdelij]. M.: Stroyizdat, 1962. 636 p. (rus)
2. Kuhling X. Handbook of physics [Sppavochnik po fizike]. M., Mir, 1985. 196 p. (rus)
3. Bogdanov V.S., Semikopenko I.A., Maslovskaya A.N., Aleksandrova E.B. Disintegrator with increased loads on the crushed material. Construction and road machinery [Dezintegrator s povyshennymi nagruzkami na izmel'chaemyj material]. 2009. No. 5. Pp. 51–54. (rus)

4. Danilov R.G. The hypothesis of the mechanism of fine grinding in rotary mills with gear-like gearing. Building materials Industry and construction industry [Gipoteza mekhanizma tonkogo izmel'cheniya v rotornyh mel'nichah s zubchatopodobnym zacepleniem]. Promyshlennost' strojmaterialov i strojindustriya. Energo- i resurso-sberezhenie v usloviyah rynochnyh otnoshenij: Sb. dokl. Mezhdunar. konf. CH.4. Belgorod, 1997. Pp. 164–168. (rus)
5. Bogdanov V.S., Semikopenko I.A., Voronov V.P. Disintegrators. Designs. Theory. Experiment [Dezintegratory. Konstrukcii. Teoriya. Eksperiment]. Belgorod: BGTU. 2016, 235 p. (rus)

#### *Information about the authors*

**Semikopenko, Igor A.** PhD, Assistant professor. E-mail: semickopencko.i@yandex.ru. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Voronov, Vitaly P.** DSc, Professor. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Belyaev, Denis A.** Research assistant. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Chuzhinov, Vladislav O.** Graduate student. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46

*Received in July 2019*

#### **Для цитирования:**

Семикопенко И.А., Воронов В.П., Беляев Д.А., Чужинов В.О. Описание процесса истечения двухфазной среды из камеры помола дезинтегратора в плоскости, перпендикулярной оси вращения роторов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2020. № 1. С. 110–114. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-1-110-114

#### **For citation:**

Semikopenko I.A., Voronov V.P., Belyaev D.A., Chuzhinov V.O. Description of the process of a two phase media outflow from the disintegrator grinding chamber in the plane perpendicular rotors axis. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2020. No. 1. Pp. 110–114. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-1-110-114