

DOI: DOI: 10.12737/article\_58e61337ed53f1.49306732

Богданов В.С., д-р, техн. наук, проф.,  
 Богданов Н.Э., магистрант,  
 Ельцов М.Ю., канд. техн. наук, проф.,  
 Александрова Е.Б., канд. техн. наук, доц.,  
 Гаврунов А.Ю., канд. техн. наук,  
 Карагодина К.И. аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## РАСЧЕТ МОЩНОСТИ, ЗАТРАЧИВАЕМОЙ НА РАБОТУ ВИБРОВРАЩАТЕЛЬНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

v.bogdanov1947@gmail.com

В данной статье рассмотрено устройство и кинематические особенности вибровращательной мельницы с наклонным барабаном. Получены уравнения по определению положения и траектории движения центра масс мелющих тел. Рассчитана работа, затрачиваемая на перемещение мелющих тел. Определены силы взаимодействия между мелющими телами и корпусом мельницы. Получены формулы для расчета составляющих и общей потребляемой мощности привода. На примере лабораторной мельницы рассчитаны все основные конструктивно-технологические параметры.

**Ключевые слова:** мельница, барабан, вибрация, работа, мощность, дебаланс, электродвигатель, колебания, частота вращения.

При вращении наклонной помольной камеры мелющие тела совершают сложное продольно-поперечное пространственное движение, позволяющее интенсифицировать их действие. Подобное движение мелющих тел реализуется в шаровых барабанных мельницах с наклонными перегородками [1]. Устройство таких перегородок в вибровращательных мельницах было бы нецелесообразным, поскольку создало бы препятствие перемещению и перемешиванию шаров, а так же уменьшило бы рабочий объем помольной камеры. Таким образом, в вибровращательных мельницах с наклонным положением корпуса помольной камеры создаются условия для вовлечения в процесс измельчения практически всех мелющих тел, что способствует увеличению производительности и коэффициента полезного действия мельницы, а так же повышению качества продуктов измельчения.

Вращение помольной камеры должно предотвращать образование застойных зон, и в то же время, не должно нарушать процесс вибрационного измельчения материала. Опытным путем установлено, что этого можно достичь при частоте вращения камеры [1]:

$$n = 0,2n_{кр}, \quad (1)$$

где  $n_{кр} = \frac{42,3}{\sqrt{D}}$ , – критическая частота вращения барабана шаровой мельницы, мин<sup>-1</sup>.

При малой частоте вращения и высокой степени заполнения в помольной камере вибровращательной мельницы возникает каскадный режим движения, для которого характерны продольно-поперечные циркуляционные течения мелющих тел в направлении вращения камеры.

В этом случае измельчение материала происходит в основном за счет истирания и частично в результате действия других способов измельчения. Такой режим работы мелющих тел больше соответствует условиям тонкого измельчения.

Вибрационно-каскадному движению мелющих тел больше соответствует модель перетекания псевдооживленной сплошной среды, чем модель детерминированного движения мелющих тел, которая применялась для исследования работы шаровых барабанных мельниц с наклонными перегородками [1, 2].

Для прогнозирования свойств продуктов измельчения нужно знать полную мощность, затрачиваемую на перемещение смеси. Найдем составляющую этой мощности, связанную с вращением камеры и расходуемую на работу по вертикальному и горизонтальному перемещению центра тяжести смеси. Предположим, что начальное положение камеры соответствует вертикальной ориентации ее плоскости симметрии, тогда в конце первой четверти оборота камеры плоскость симметрии занимает горизонтальное положение, а центр масс поднимается на высоту по оси  $y$  (рис. 1):

$$\Delta y = Y_a - Y_{RR} = \left( \frac{Y_a}{\cos \alpha} - Y_R \right) R \quad (2)$$

и смещается в осевом направлении по оси  $z$  на расстояние:

$$\Delta z = \frac{H}{2} - Z_H H. \quad (3)$$

В результате следующей четверти оборота центр масс снижается до начального уровня и смещается вдоль оси вращения в том же направлении и на то же расстояние, что и в первой чет-

верти оборота. В течении следующего полуоборота возвратно-поступательное перемещение центра масс по вертикали повторяется, а в осевом направлении центр масс возвращается в начальное положение. Таким образом, за один оборот камеры центр массы смеси мелющих тел

и материала совершает два подъема, суммарная высота которых равна  $2\Delta y$ , и два горизонтальных перемещения с суммарной длиной  $4\Delta z$ .

Работа, необходимая для выполнения этих перемещений, выражается:

$$A_{вр} = 2m_3 g \Delta y + 4m_3 g f_{тр} \Delta z = 2\pi \varphi a b H g \rho_3 \left( \left( \frac{Y_a}{\cos \alpha} - Y_R \right) R + f_{тр} (1 - 2Z_H) H \right), \quad (4)$$

где  $\rho_3$  – насыпная плотность смеси мелющих тел и материала,  $\text{кг/м}^3$ ;

$f_{мп} = 0,4-0,6$  – коэффициент трения скольжения смеси по внутренней поверхности помольной камеры.

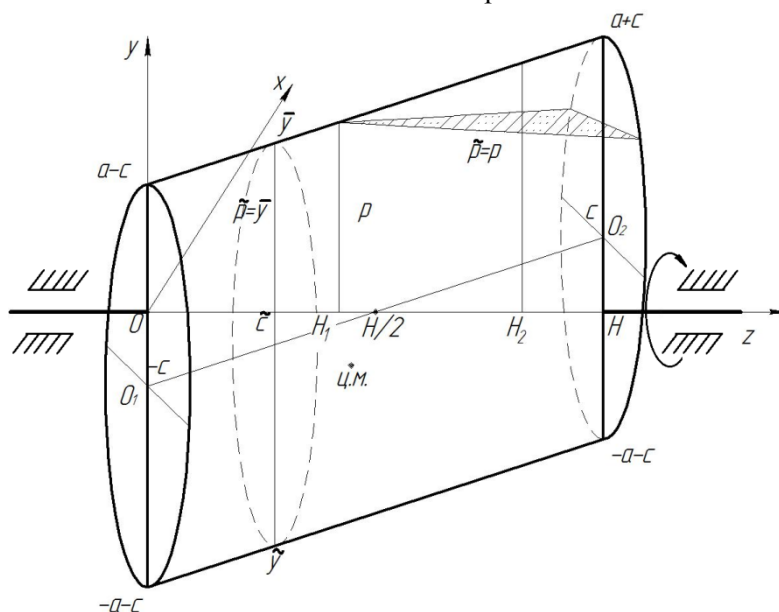


Рис. 1. Схема наклонной помольной камеры

Мощность, необходимая для выполнения этой работы, определяется соотношением:

$$N_1^{вр} = \frac{A_{вр} n}{T}, \quad (5)$$

где  $T$  – период вращения помольной камеры, с;  $n$  – число оборотов,  $\text{мин}^{-1}$ .

Для лабораторной мельницы расчетная мощность, затрачиваемая на перемещение смеси мелющих тел в результате вращения помольной камеры, составила  $N_1^{вр} = 0,025$  кВт.

Вращение помольной камеры дополнительно подключает механизм измельчения материала, существующий в шаровых барабанных мельницах, кроме основного вибрационного измельчения, а так же приводит к увеличению энергии, сообщаемой мелющим телам. Вследствие продольно-поперечного движения мелющих тел, возникающего из-за вращения наклонной помольной камеры, устраняются застойные зоны, а энергия, подводимая к мелющим телам, более равномерно распределяется между мелющими телами, что приводит к интенсификации не только вращательного, но и вибрационного способов измельчения.

Основной вклад в процесс измельчения вносит вибрация помольной камеры, создаваемая виброприводом. Точное исследование колебательного движения смеси мелющих тел и материала, представляющее собой неоднородную сыпучую среду, является очень сложной задачей. Приближенное инженерное решение этой задачи может быть найдено на основе следующих упрощающих предположений [3,4,5,6]:

- вибрация мелющих тел поддерживается в результате ее взаимодействия со стенками помольной камеры;
- мелющие тела и подвижная часть мельницы, представляющие собой систему с распределенными параметрами, заменяются точечными элементами с массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящимися в центрах масс смеси мелющих тел и колеблющейся части мельницы;
- взаимодействие мелющих тел с корпусом помольной камеры осуществляются с помощью линейных сил упругости и сопротивления (трения, демпфирования);
- часть мелющих тел может колебаться вместе с корпусом помольной камеры, т.е. может иметь место явление присоединения

части массы мелющих тел к массе подвижной части мельницы.

Для исследования работы вибровращательной мельницы рассмотрим ее упрощенную эквивалентную схему на рисунке 2.

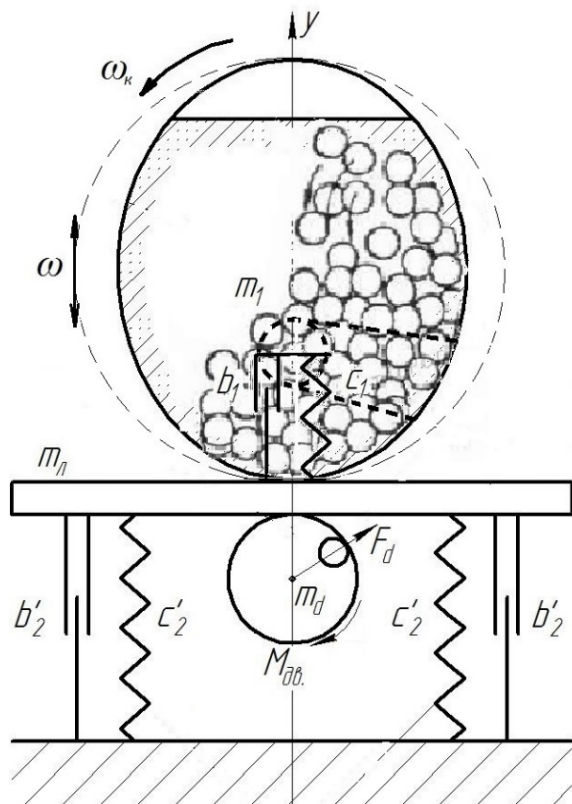


Рис. 2. Эквивалентная схема вибровращательной мельницы

Введем ось OY, проходящую вертикально через центры масс мелющих тел и подвижной части мельницы. Начало координат поместим в центр масс мелющих тел и подвижной части мельницы в состоянии покоя. В исследуемой конструкции мельницы предусмотрены вертикальные линейные колебания, определяющиеся

$$\begin{cases} (1 - K_n)m_1\ddot{y}_1 + b_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + c_1(y_1 - y_2 - y_{цм1}) = 0 \\ (m_2 + K_n m_1)\ddot{y}_2 + b_2\dot{y}_2 + c_2 y_2 + b_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + c_1(y_2 - y_1 + y_{цм1}) = \\ = M_d \omega^2 \cos \omega t \end{cases} \quad (9)$$

где  $m_2 = m_k + m_{на} + m_{об} + m_d$  – масса подвижной части мельницы, включающая в себя, соответственно, массы камеры, платформы, электродвигателя и дебаланса, кг;  $M_d = m_d r_d$  – момент дебаланса, кг·м;  $K_n$  – коэффициент присоединения массы мелющих тел к массе колеблющейся части мельницы, .

Для лабораторной мельницы масса мелющих тел  $m_1 = 45 \div 75$  кг; масса подвижной части мельницы  $m_2 = 45$  кг; момент дебаланса  $M_d = 0,5$  кг·см; коэффициент присоединения массы  $K_n = 0,5$ ; общая масса лабораторной установки  $m = 135$  кг.

выражением (6) по вышеприведенным характеристикам:

$$F_y = M_{ст} \omega^2 \cos \omega t \quad (6)$$

При работе мельницы между мелющими телами и помольной камерой, входящей в состав подвижной части мельницы, возникает упруго-вязкостное взаимодействие, которое в линейном приближении выражается формулой [7]:

$$F_{12} = -c_1(y_1 - y_2 - y_{цм1}) - b_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_2), \quad (7)$$

где  $c_1$  – постоянный коэффициент жесткости мелющих тел, Н/м;  $b_1$  – постоянный коэффициент вязкого сопротивления мелющих тел, Н·с/м;  $y_1, y_2$  – координаты центров масс мелющих тел и подвижной части мельницы, м;  $\dot{y}_1, \dot{y}_2$  – скорости их перемещений, м/с;  $y_{цм1}$  – координата центра масс мелющих тел в состоянии покоя, м,  $y_{цм1} = 0$ .

Кроме силы взаимодействия с мелющими телами на подвижную часть мельницы действуют силы упругости и демпфирования (торможения) пружин:

$$F_2 = -c_2 y_2 - b_2 \dot{y}_2 \quad (8)$$

а также вынуждающая сила.

В выражении (8)  $c_2 = n_n c_2$ ,  $b_2 = n_n b_2$  – приведенные общие коэффициенты жесткости и демпфирования упругой опоры мельницы;  $n_n$  – число пружин, на которые опирается подвижная часть мельницы,  $n_n = 4$ .

Для лабораторной мельницы расчетные значения коэффициентов жесткости составили  $c_1 = 1,176 \cdot 10^5$  Н/м;  $c_2 = 0,221 \cdot 10^5$  Н/м ; коэффициенты вязкого сопротивления составили  $b_1 = 1,0 \cdot 10^3$  Н·с/м;  $b_2 = 0,5 \cdot 10^3$  Н·с/м.

Система уравнений, описывающая взаимодействие мелющих тел с подвижной частью мельницы имеет вид:

В некоторых работах, например в работе А.Д. Лесина [3], при моделировании вибрационной мельницы движение мелющих тел относительно помольной камеры не рассматривается, а используются лишь колебания подвижной части мельницы вместе с мелющими телами ( $K_n = 1$ ). В работе А.Д. Лесина движение мелющих тел относительно помольной камеры исследовалось ( $K_n = 0$ ), но при этом упругие свойства мелющих тел и демпфирование подвижной части мельницы не учитывались. Эффект присоединения части массы мелющих тел к массе колеблющихся элементов мельницы рассматривался в работах

Франчука[6], но без учета затухания колебаний загрузки и подвижной части мельницы.

Исследование механики вибрационной мельницы на основе системы (9) отличается наиболее полным и комплексным учетом «особенностей технологической смеси» - ее вязко-

упругих и геометрических свойств, а также эффекта присоединения части массы мелющих тел к массе колеблющихся элементов мельницы.

Перепишем систему уравнений (9) в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + 2\delta_1(y_1 - y_2) + \omega_{01}^2(y_1 - y_2 - y_{цм1}) = 0 \\ \ddot{y}_2 + 2\delta_2 y_2 + \omega_{02}^2 y_2 + 2\mu\delta_1(y_2 - y_1) + \mu\omega_{01}^2(y_2 - y_1 + y_{цм1}) = A\omega^2 \cos \omega t \end{cases} \quad (10)$$

здесь:

$$2\delta_1 = \frac{b_1}{(1-K_n)m_1}, \quad (11)$$

$$2\delta_2 = \frac{b_2}{m_2 + K_n m_1}, \quad (12)$$

$$\omega_{01}^2 = \frac{c_1}{(1-K_n)m_1}, \quad (13)$$

$$\omega_{02}^2 = \frac{c_2}{m_2 + K_n m_1}, \quad (14)$$

где  $\delta_1, \delta_2$  – коэффициенты затухания колебаний мелющих тел и подвижной части мельницы, рад/с;  $\omega_{01}, \omega_{02}$  – собственные угловые (циклические) частоты колебаний мелющих тел и подвижной части мельницы, рад/с; в том числе безразмерный коэффициент проникновения колебаний и амплитуда, м:

$$\mu = \frac{(1-K_n)m_1}{m_2 + K_n m_1}, \quad (15)$$

здесь  $\omega_3 = \sqrt{\omega_{02}^2 + \delta_2^2}$  рад/с;  $A_3, m; \alpha_3$ , рад – постоянные, определяемые из начальных условий; в том числе:

$$A_{20} = \frac{A\omega^2}{\sqrt{(\omega_{02}^2 - \omega^2)^2 + 4\delta_2^2 \omega^2}}, \quad (19)$$

$$\alpha_{20} = \text{arctg} \frac{2\omega\delta_2}{\omega_{02}^2 - \omega^2}. \quad (20)$$

Первое слагаемое выражения (18) соответствует быстрозатухающей составляющей колебательного процесса и практического значения не имеет. Установившиеся колебания подвижной части мельницы, соответствующие второму слагаемому решения (18) происходят с угловой частотой вынуждающей силы  $\omega$ , с амплитудой  $A_{20}$  (19) и отстают по фазе от вынуждающей силы на угол  $\alpha$  (20).

Из формулы (19) следует, что амплитуда вынуждаемых колебаний пустой мельницы за-

$$A = \frac{m_d r d}{m_2 + K_n m_1}. \quad (16)$$

Для лабораторной мельницы расчетные значения собственных угловых частот колебаний составили:  $\omega_{01}=62,61$  рад/с;  $\omega_{02}=17,15$  рад/с; коэффициентов затухания колебаний:  $\delta_1=16,67$  рад/с;  $\delta_2=3,33$  рад/с;  $\mu=0,4$ ;  $A=0,002$  м.

Сначала рассмотрим частный случай колебаний мельницы без мелющих тел в помольной камере. В этом случае ( $\varphi=0$ ;  $K_n=0$ ) система (10) сводится к одному уравнению вынужденных колебаний пустой мельницы:

$$\ddot{y}_2 + 2\delta_2 y_2 + \omega_{02}^2 y_2 = A\omega^2 \cos \omega t, \quad (17)$$

где  $\delta_2$  и  $\omega_{02}$  определяются формулами (12) и (14) при  $K_n=0$ .

Общее решение уравнения (17) имеет вид:

$$y = A_3 e^{-\delta_2 t} \cos(\omega_3 t - \alpha_3) + A_{20} \cos(\omega t - \alpha_{20}), \quad (18)$$

висит от массы ее подвижной части, которую можно изменять путем закрепления на ней дополнительных грузов. Измерив амплитуды вынуждаемых колебаний пустой мельницы при различных массах ее подвижной части можно вычислить по этим данным с помощью формулы (19) коэффициенты жесткости  $c_2$  и демпфирования  $b_2$  ее пружинной опоры [8].

В общем случае ( $0 < \varphi < 1$ ;  $0 < K_n < 1$ ) характеристики вынужденных колебаний загрузки и подвижной части мельницы можно найти путем решения системы уравнений (10).

Частное решение системы (10), отвечающее установившимся вынужденным колебаниям мелющих тел и подвижной части мельницы, представляет собой сумму решений двух систем, отличающихся лишь правыми частями:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + 2\delta_1(y_1 - y_2) + \omega_{01}^2(y_1 - y_2) = \omega_{01}^2 y_{цм1} \\ \ddot{y}_2 + 2\delta_2 y_2 + \omega_{02}^2 y_2 + 2\mu\delta_1(y_2 - y_1) + \mu\omega_{01}^2(y_2 - y_1) = -\mu\omega_{01}^2 y_{цм1} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + 2\delta_1(y_1 - y_2) + \omega_{01}^2(y_1 - y_2) = 0 \\ \ddot{y}_2 + 2\delta_2 y_2 + \omega_{02}^2 y_2 + 2\mu\delta_1(y_2 - y_1) + \mu\omega_{01}^2(y_2 - y_1) = A\omega^2 \cos \omega t \end{cases} \quad (22)$$

Решение системы уравнений (21) имеют вид:

$$y_1 = y_{цм1}, \quad y_2 = 0,$$

т.е. вынужденные колебания мелющих тел и подвижной части мельницы происходят около их центров масс. Амплитуды этих колебаний

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 + 2\delta_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + \omega_{01}^2(z_1 - z_2) = 0 \\ \ddot{z}_2 + 2\delta_2\dot{z}_2 + \omega_{02}^2z_2 + 2\mu\delta_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + \mu\omega_{01}^2(z_2 - z_1) = A\omega^2 e^{i\omega t} \end{cases} \quad (23)$$

здесь  $z_{1,2} = y_{1,2} + ix_{1,2}$ ;  $e^{i\omega t} = \cos\omega t + i\sin\omega t$ ;  $i$  – мнимая единица.

Частные решения системы (24) будем искать в виде:

$$z_{1,2} = \bar{A}_{1,2} e^{i\omega t}, \quad (24)$$

$$\begin{cases} (\omega_{01}^2 - \omega^2 + 2\delta_1\omega i)\bar{A}_1 - (\omega_{01}^2 + 2\delta_1\omega i)\bar{A}_2 = 0 \\ -(\mu\omega_{01}^2 + 2\mu\delta_1\omega i)\bar{A}_1 + (\omega_{02}^2 + \mu\omega_{01}^2 - \omega^2 + 2(\delta_2 + \mu\delta_1)\omega i)\bar{A}_2 = A\omega^2 \end{cases} \quad (25)$$

Решение системы (25), имеет вид:

$$\bar{A}_1 = A \frac{\omega^2(\omega_{01}^2 + 2\delta_1\omega i)}{\Delta_1 + \Delta_2 i}, \quad (26)$$

$$\bar{A}_2 = A \frac{\omega^2(\omega_{01}^2 - \omega^2 + 2\delta_1\omega i)}{\Delta_1 + \Delta_2 i}, \quad (27)$$

$$\Delta_1 = (\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2) - \omega^2(\mu\omega_{01}^2 + 4\delta_1\delta_2), \quad (28)$$

$$\Delta_2 = 2\omega(\delta_1(\omega_{01}^2 - \omega^2) + \delta_2(\omega_{01}^2 - \omega^2) - \mu\delta_1\omega^2). \quad (29)$$

Представив комплексные амплитуды  $\bar{A}_1$  и  $\bar{A}_2$  в показательной форме, получим:

$$\bar{A}_{1,2} = A_{1,2} e^{-i\alpha_{1,2}}, \quad (30)$$

где следующие выражения:

$$A_1 = A \sqrt{\frac{\omega^4(\omega_{01}^4 + 4\delta_1^2\omega^2)}{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}, \quad (31)$$

$$\alpha_1 = \arctg \frac{\omega_{01}^2\Delta_2 - 2\delta_1\omega\Delta_1}{\omega_{01}^2\Delta_1 - 2\delta_1\omega\Delta_2}, \quad (32)$$

$$A_2 = A \sqrt{\frac{\omega^4(\omega_{01}^2 + \omega^2)^2 + 4\delta_1^2\omega^2}{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}, \quad (33)$$

$$\alpha_2 = \arctg \frac{(\omega_{01}^2 - \omega^2)\Delta_2 - 2\delta_1\omega\Delta_1}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)\Delta_1 + 2\delta_1\omega\Delta_2}. \quad (34)$$

Подставив выражения (30) в формулу (23) и отделив действительные части комплексных перемещений  $z_{1,2}$  получим решение системы (10), соответствующее установившимся колебаниям мелющих тел и подвижной части мельницы:

$$y_1 = y_{цм1} + A_1 \cos(\omega t - \alpha_1), \quad (35)$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t - \alpha_2). \quad (36)$$

Для лабораторной мельницы расчетные значения амплитуды колебаний мелющих тел  $A_1 = 2,558 \cdot 10^{-4}$  м (0,26 мм) с отставанием по фазе на угол  $\alpha_1 = -1,095$  рад. и подвижной части мельницы  $A_2 = 0,0025$  м (2,5 мм) с отставанием по фа-

найдем из системы уравнений (22) которую будем решать методом комплексных амплитуд [3]. Для этого вместо уравнений (22) будем рассматривать комплексные аналоги амплитуд, действительные части которых совпадают с уравнениями (22):

где  $\bar{A}_{1,2}$  – комплексные амплитуды.

Реальному рабочему процессу будут отвечать действительные части этих амплитуд.

Подставив выражение (23) в систему (24), получим для комплексных амплитуд систему линейных алгебраических уравнений:

где, в свою очередь, промежуточные параметры, рад<sup>4</sup>/с<sup>4</sup>:

зе на угол  $\alpha_2 = -0,175$  рад.; координаты центров масс мелющих тел и подвижной части мельницы ( $t=0$ ) соответственно:  $y_1 = 0,0001$ ,  $y_2 = 0,0023$ .

При пустой помольной камере ( $b_1 = 0$ ,  $c_1 = 0$ ,  $\delta_1 = 0$ ,  $\omega_{01} = 0$ ,  $\Delta_1 = -\omega^2(\omega_{01}^2 + \omega^2)$ ,  $\Delta_2 = -2\omega^3\delta_2$ ) выражения (31), (32), (33) и (34), переходят в формулы (19) и (20). Если пренебречь упругими свойствами мелющих тел ( $c_1 = 0$ ,  $\omega_{01} = 0$ ), затуханием колебаний подвижной части мельницы ( $b_2 = 0$ ,  $\delta_2 = 0$ ), а также присоединением части массы мелющих тел к массе подвижной части мельницы ( $K_n = 0$ ), то (31), (32), (33) и (34) переходят в соотношения, найденные Лесиным [3].

Таким образом, решения (35) и (36) являются наиболее общими и охватывают все рассматривавшиеся ранее частные случаи. Кроме того, соотношение (31) позволяет по амплитудам колебаний, измеренным при различных степенях заполнения помольной камеры, рассчитать коэффициенты жесткости  $c_1$  и демпфирования  $b_1$  смеси, а также найти зависимость  $K_n(\varphi)$  – зависимость коэффициента присоединения массы мелющих тел от степени заполнения помольной камеры.

Вычисление мощности, затрачиваемой на перемещение мелющих тел, является одной из основных задач механики вибрационной мельницы. В вибровращательной мельнице энергия, сообщаемая мелющим телам, передается в ре-

зультате вращения помольной камеры и вибрации подвижной рамы. [10]

Работа из выражения (4), необходимая для выполнения подъема и горизонтального перемещения мелющих тел, определяет мощность (37), затрачиваемую в результате вращения по-

$$N_1^{вб} = \frac{1}{2}(1 - K_n)m_1\omega^3 A_1 A_2 |\sin(\alpha_1 - \alpha_2)|, \quad (37)$$

где  $A_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $A_2$ ,  $\alpha_2$  определяются формулами (31), (32), (33) и (34).

Для численного исследования затрачиваемой мощности по выражению (37) на примере лабораторной вибровращательной мельницы оценим величину и пределы изменения параметров ее работы. Объем помольной камеры  $V=0,023 \text{ м}^3$ ; масса мелющих тел при коэффициенте заполнения мелющих тел  $\varphi=0,6$  составляет  $m_l=60 \text{ кг}$  – будем считать ее постоянной; масса подвижной части мельницы  $m_2=45 \text{ кг}$ . Масса подвижной части мельницы отличается от массы мелющих тел, поэтому будем рассматривать значение  $\mu = \frac{m_2}{m_1}$  в пределах  $0 \leq \mu \leq 1$ . Коэффициент  $K_n$  присоединения массы мелющих тел к массе колеблющейся части мельницы принимает значения  $0 \leq K_n \leq 1$ .

Для снижения динамических нагрузок на фундамент жесткость упругой опоры мельницы (жесткость пружины) обычно берется небольшой, так что линейная частота свободных колебаний пустой мельницы составляет 5-7 Гц, откуда следует  $\omega_{02} \approx 17 \text{ рад/с}$ . Частота 17 рад/с при общей массе колеблющейся части мельницы 105 кг достигается при общем коэффициенте жесткости пружины  $c_2=0,221 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$  (будем считать постоянным).

Угловая частота собственных колебаний  $\omega_{02}$  определяется выражением:

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{c_2}{m_1}} \mu. \quad (38)$$

По расчетным данным исследования коэффициент затухания колебаний пустой мельницы  $b_2=500 \text{ Н с/м}$  [8]. Тогда для лабораторной мельницы коэффициент затухания колебаний определяется:

$$\delta_2 = \frac{b_2}{2m_1} \mu. \quad (39)$$

Параметры смеси  $\omega_{01}$  и  $\delta_1$  не поддаются прямым измерениям и могут быть оценены косвенно. Поэтому при выполнении вычислений рассмотрим значения этих величин в следующих интервалах:  $0 \leq \omega_{01} \leq 1000 \text{ рад/с}$ ,  $0 \leq \delta_1 \leq 500 \text{ рад/с}$

Отношение мощности, затрачиваемой на движение мелющих тел, к мощности, потребляемой виброприводом, называется механическим

мельной камеры. Далее определим мощность, затрачиваемую на движение мелющих тел в результате вибрации.

Среднее за период колебаний  $T$  значение этой мощности определяется соотношением:

коэффициентом полезного действия вибрационной мельницы [3]:

$$\eta_{\text{мех}} = \frac{N_1^{вб}}{N_{\text{ном}}}, \quad (40)$$

где  $N_{\text{ном}}$  – номинальная мощность электродвигателя вибропривода, Вт.

В безразмерном виде коэффициент  $\eta_{\text{мех}}$  выглядит:

$$\eta_{\text{мех}} = \frac{\omega^7 \tilde{\omega} \tilde{\alpha} m_d^3 r_d^2 (1 - K_n)}{m_1 N_{\text{ном}} (\Delta_1^2 + \Delta_2^2) (1 + K_n \mu)^2} \quad (41)$$

Для лабораторной мельницы расчетное значение мощности, сообщаемой мелющим телам в результате вибрации, составила  $N_1^{вб}=0,222 \text{ кВт}$ ; механический коэффициент полезного действия при  $N_{\text{ном}}=0,25 \text{ кВт}$  составил  $\eta_{\text{мех}}=0,8$ .

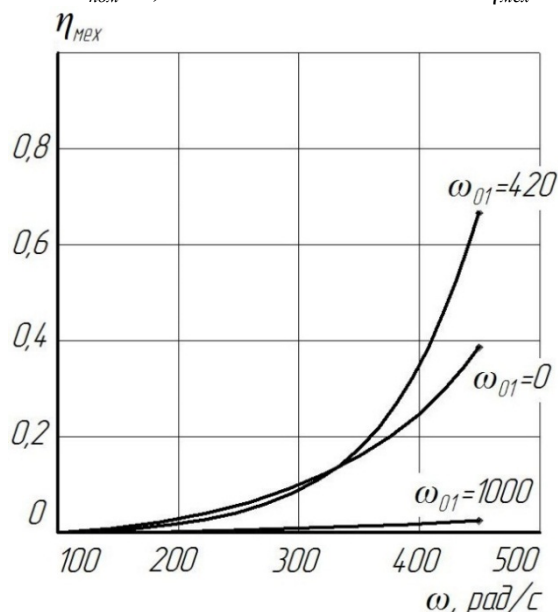


Рис. 3. Зависимость механического к.п.д. от частоты вибрации от различных значений частоты собственных колебаний мелющих тел

Результаты численного исследования  $\eta_{\text{мех}}$  от угловой частоты вращения дебаланса и других параметров мельницы приведены на графиках, изображенных на рисунках 3– 10. Из графиков следует, что при любых допустимых значениях конструктивно-технологических параметров величина мощности, сообщаемой мелющим телам, с увеличением угловой частоты вибратора плавно возрастает.

Опытные значения механического к.п.д. вибрационных мельниц варьируется от 0,5 до 0,8, что при номинальной угловой частоте вибропривода  $\omega=314 \text{ рад/с}$  ( $n_d=3000 \text{ об/мин}$ ) соот-



ветствует характеристикам смеси мелющих тел и материала  $\omega_{01} \leq 400$  рад/с,  $\delta_1 \geq 250$  рад/с [9].

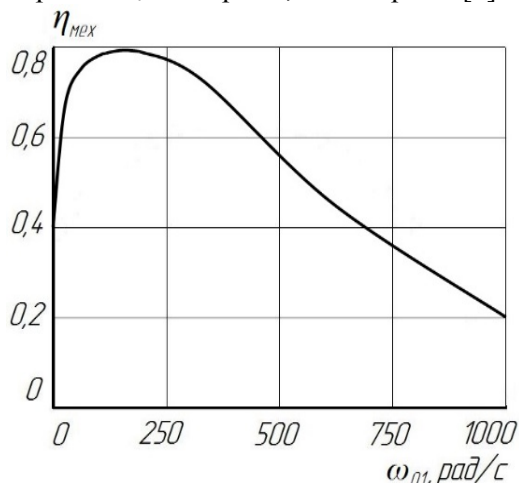


Рис. 4. Зависимость механического к.п.д. от частоты собственных колебаний мелющих тел

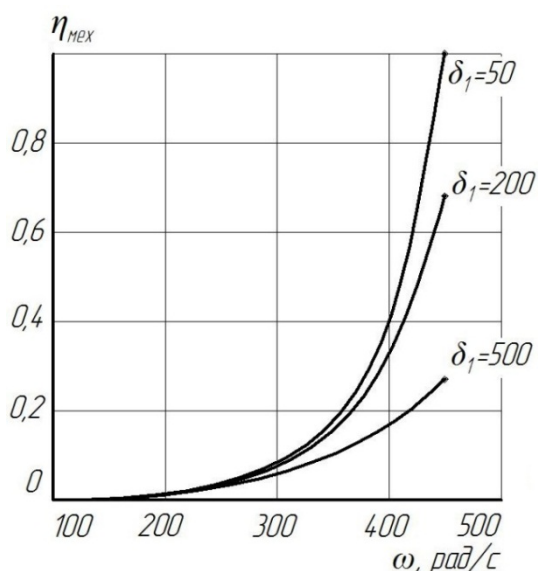


Рис. 5. Зависимость механического к.п.д. от частоты вибрации при различных коэффициентах затухания собственных колебаний мелющих тел

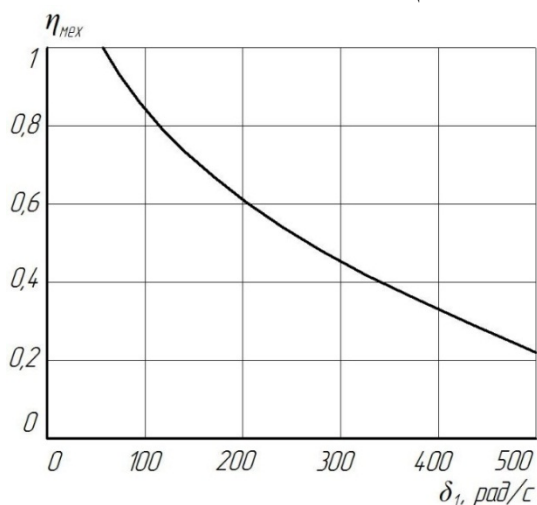


Рис. 6. Зависимость механического к.п.д. от коэффициента затухания колебаний мелющих тел

Как видно из рисунка 4 зависимость мощности, затрачиваемой на движение мелющих тел, от ее упругих свойств, а именно частоты собственных колебаний, носит экстремальный характер. Поскольку жесткость смеси зависит от соотношения объемов измельчаемого материала и мелющих тел, то существует оптимальное соотношение этих объемов, соответствующее частоте  $\omega_{01} \approx 100$  рад/с, при котором интенсивность измельчения будет наибольшей.

Снижение затрачиваемой при работе мощности с увеличением вязкого трения в смеси мелющих тел (рис. 6) и возрастанием присоединенной массы (рис. 8) имеют одну общую причину – усиление связи смеси и подвижной части мельницы. [11]

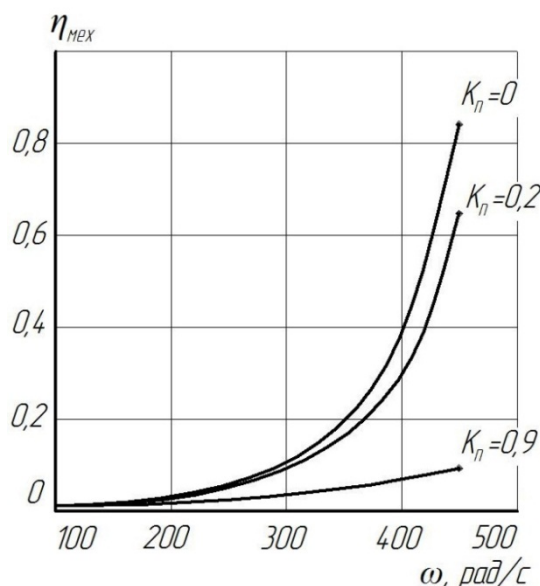


Рис. 7. Зависимость механического к.п.д. от частоты вибрации при различных коэффициентах присоединения массы мелющих тел

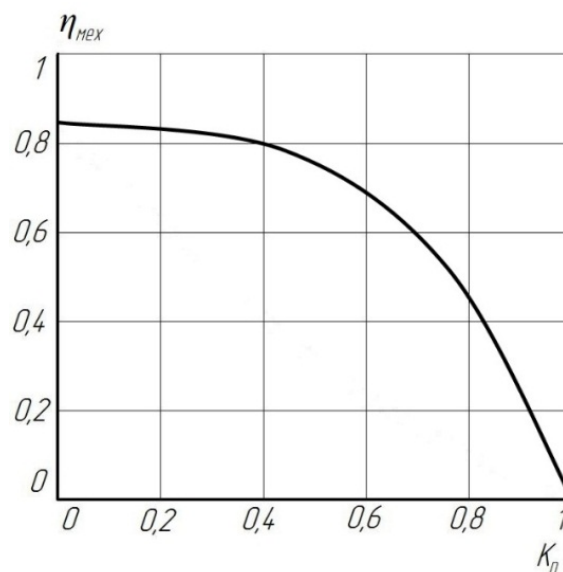


Рис. 8. Зависимость механического к.п.д. от коэффициента присоединения массы мелющих тел

В предельном случае ( $K_n=1$ ), который возникает при полном заполнении помольной камеры, смесь начинает колебаться как монолитное тело вместе с подвижной частью мельницы, относительное движение мелющих тел и материала, а следовательно, и процесс измельчения прекращаются (рис. 8).

Энергия от вибропривода распределяется между колеблющейся частью мельницы и мелющими телами. При этом доля энергии, сообщаемая смеси мелющих тел, с уменьшением массы колеблющейся подвижной части мельницы возрастает (рис. 10).

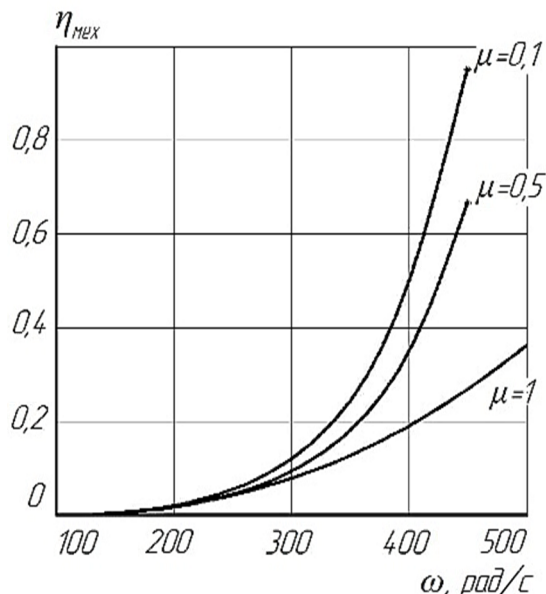


Рис. 9. Зависимость механического к.п.д. от частоты вибрации при различных отношениях масс загрузки и подвижной части мельницы

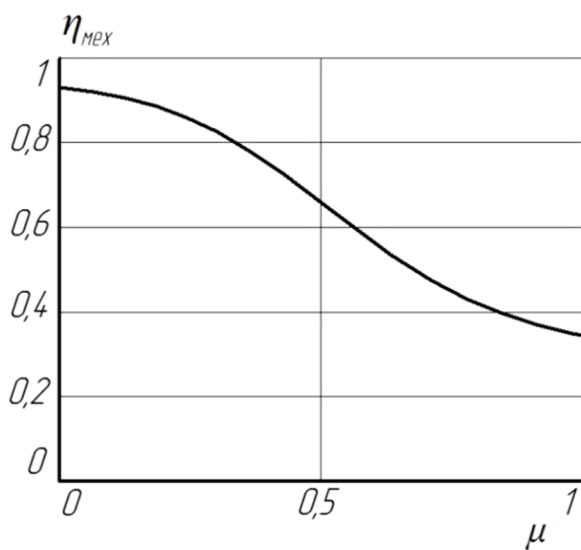


Рис. 10. Зависимость механического к.п.д. от отношения масс мелющих тел и подвижной части мельницы

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Богданов В.С. Шаровые барабанные мельницы (с поперечно-продольным движением загрузки). Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002. 258 с.
2. Kano J., Mio H., Saito F. Correlation of grinding rate of gibbsite with impact energy of balls // *AIChE Journal* Volume 46. Issue 8. 2000. Pp. 1694–1697.
3. Лесин А.Д. Элементы теории и методика расчёта основных параметров вибромельниц. - Вибрационное измельчение материалов: Научное сообщение № 25. М.: ВНИИТНСМ, 1957. 114 с.
4. Лесин А.Д. Вибрационные машины в химической технологии. М.: ЦИНТИ-Химнефтемаш, 1968. 80 с.
5. Овчинников П.Ф. О резонансном режиме работы вибрационных машин // *Известия вузов: Строительство и архитектура*. 1968. ХаЮ. №10. С. 171–177.
6. Франчук В.П., Анциферов А.В., Егурнов А.И. Исследование влияния технологической нагрузки на динамику вибрационных машин // *Обогащение руд*. 2001. №21. С. 27–32.
7. Бауман В.А., Быховский И.И. Вибрационные мельницы и процессы в строительстве. Учебное пособие для студентов строительных и автомобильно-дорожных вузов. М.: Высшая школа, 1977. 255 с.
8. Сартаков А.В. Моделирование и интенсификация рабочих процессов вибрационных измельчителей: дисс. канд. техн. наук: 05.05.04 Дорожные, строительные и подъемно-транспортные машины / Сартаков Александр Владимирович. Барнаул: АГТУ, 2004. 144 с.
9. Красовский Б.П. Вибрационные мельницы: обзор отечественной и зарубежной литературы за 1934–1982 гг. Отчёт МГИ / М.: МГИ, 1983. 39 с.
10. Богданов В.С., Шарапов Р.Р., Фадин Ю.М., Семикопенко И.А., Несмеянов Н.П., Герасименко В.Б. Основы расчета машин и оборудования предприятий строительных материалов и изделий: учебник. 2-е изд., перераб. и доп. Старый Оскол: ТНТ, 2016. 680 с.
11. Богданов В.С., Гаврунов А.Ю. Кинетика движения загрузки в вибровращательной мельнице // *Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова*. 2012. № 4. С. 100–102.



---

**Bogdanov V.S., Bogdanov N.E., Eltsov M.Y., Alexandrova E.B., Gavrunov A.Y., Karagodina K.I.**  
**CALCULATION OF THE POWER SPENT AT WORK OF THE VIBRATING ROTATING MILL**

*This article reviewed the device and kinematic features vibrating rotating mill with inclined housing. Determined the equations for the position and path of the center of mass of the grinding bodies. Received work expended on the motion of the grinding bodies. Determined force between grinding bodies and mill housing. Determined the equations for calculating the components and the overall power consumption of the drive. For example, laboratory mills designed all the structural and technological parameters.*

**Key words:** mill, housing, vibration, work, power, unbalance, motor, frequency.

---

**Богданов Василий Степанович**, доктор технических наук, профессор кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.  
E-mail: v.bogdanov1947@gmail.com

**Богданов Никита Эдуардович**, магистрант кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Ельцов Михаил Юрьевич**, кандидат технических наук, профессор кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Александрова Елена Борисовна**, кандидат технических наук, доцент кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Гаврунов Алексей Юрьевич**, кандидат технических наук, кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Карагодина Карина Игоревна**, аспирант кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.