

DOI: 10.12737/article\_59a93b08b63c50.73414084

Панченко Л.А., канд. техн. наук, доц.,  
Шевченко А.В., канд. техн. наук, доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ РЕЗЕРВУАР С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ДИСПЕРСНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

panchenko.bstu@mail.ru

В статье рассмотрено проектирование железобетонного резервуара с дополнительным дисперсным армированием стекловолокнами по предельному состоянию второй группы. В случае круговой цилиндрической оболочки при осесимметричном нагружении в расчете учитывается четыре внутренних усилия (два изгибающих момента, поперечная и кольцевая силы). При условии симметрии из шести уравнений равновесия в расчете остается два. Использован шаговый метод в конечно-элементной интерпретации. В качестве примера рассмотрен железобетонный цилиндрический резервуар с переменным дисперсным армированием, к которому приложена гидростатическая нагрузка от жидкости. Для описания дисперсного армирования в отношении модуля продольной упругости использована единичная функция Хевисайда. По найденным значениям усилий определяется дисперсное и дискретное армирование.

**Ключевые слова:** железобетонный резервуар, дисперсное армирование, стекловолокно, шаговый метод, метод конечных элементов, упругое основание.

**Введение.** Цилиндрические резервуары на протяжении ряда лет являются объектом глубокого научного исследования [1–7]. При использовании железобетона актуальной проблемой является ограничение трещинообразования. Помимо уменьшения жесткости конструкции, возникает опасность коррозии арматуры. При наличии же сквозных трещин происходит утечка содержимого из резервуара.

В тонкостенных конструкциях эффективным вариантом является сочетание стальной арматуры с короткими волокнами или сеткой из стекловолокна. Арматура воспринимает большую часть как растягивающих, так и изгибающих усилий, а массив стекловолокна (или сетка)

у поверхности создает дополнительное противостояние изгибным напряжениям и препятствует раскрытию трещин.

**Основная часть.** Рассмотрим проектирование железобетонного резервуара с дополнительным дисперсным армированием стекловолокнами по предельному состоянию второй группы. Круглое днище резервуара опирается на упругий грунтовой массив.

Потенциальная энергия системы в этом случае складывается из потенциальной энергии собственно конструкции и потенциальной энергии упругого основания.

Функционал Лагранжа в случае винклеровского основания в конечно-элементном представлении имеет вид:

$$I = \frac{1}{2} \vec{q}^T K_1 \vec{q} + \frac{1}{2} \vec{q}^T K_2 \vec{q} - \vec{q}^T \vec{F} + \frac{1}{2} \vec{w}^T K_3 \vec{w},$$

где  $\vec{F}$  – вектор узловой силы;  $\vec{q}$  и  $\vec{w}$  – векторы узловых перемещений конструкции резервуара и основания соответственно;  $K_1$  и  $K_2$  – матрицы жесткости оболочки и днища соответственно;  $K_3$  – матрица жесткости основания.

В случае круговой цилиндрической оболочки при осесимметричном нагружении возникают четыре внутренних усилия: изгибающий момент  $M_1$  (ему соответствует нормальное напряжение  $\sigma_x$ ), поперечная сила (ей соответствует касательное напряжение  $\tau$ ), кольцевое усилие и изгибающий момент  $M_2$  в перпендикулярной плоскости (им соответствует нормальное напряжение  $\sigma_y$ ). В связи с этим элемент оболочки может быть получен простой комбинацией

элементов для плоского напряженного состояния и изгиба пластины.

С точки зрения упрощения решения используем для расчета оболочки нулевой кривизны плоские элементы. Учет геометрических особенностей оболочки обеспечивается рассмотрением вписанного многогранника.

При назначении расчетной схемы оболочки необходимо, чтобы плоские конечные элементы вписывались в геометрию оболочки. Для развертывающихся на плоскость поверхностей, какой является поверхность цилиндра, можно использовать прямоугольные конечные элементы.

Матрица жесткости прямоугольного плоского элемента оболочки получается простым совмещением матриц жесткости прямоугольных элементов плоского напряженного состояния (с

множителем  $\frac{Eh}{(1-\nu^2)}$ , где  $h$  – толщина оболочки,  $E$  и  $\nu$  – модуль продольной упругости и коэффициент Пуассона соответственно) и пластинки (с множителем  $\frac{Eh^3}{12ab(1-\nu^2)}$ , где  $a$  и  $b$  – размеры конечного элемента) [8].

В теории и на практике встречаются процессы и состояния, при описании которых используют величины, имеющие разрывы. Для их

описания можно применить единичную функцию Хевисайда:

$$\Omega_0(x - x_0) = \begin{cases} 1, & x < x_0; \\ 0, & x > x_0, \end{cases} \quad (1)$$

которую называют импульсивной функцией нулевого порядка.

Остановимся на случае, когда модуль продольной упругости конструкции оболочки терпит разрыв (рис.1).

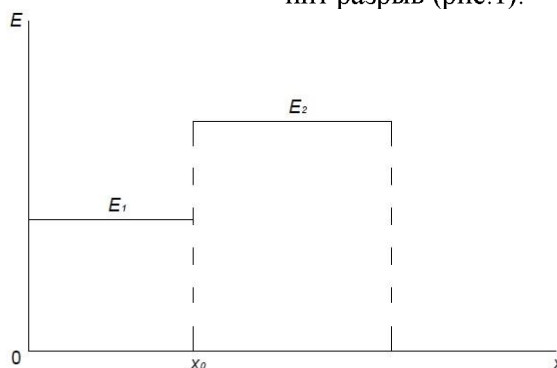


Рис. 1. Ступенчато-переменная функция модуля упругости

При использовании функции Хевисайда функция  $E(x)$  получает следующий вид:

$$E(x) = E_1[1 - \Omega_0(x - x_0)] + E_2\Omega_0(x - x_0) = E_1 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{E_2}{E_1} \right) \Omega_0(x - x_0) \right]. \quad (2)$$

Когда имеем несколько разрывов, зависимость (2) принимает следующий вид:

$$E(x) = E_1 \left[ 1 - \sum_{i=2}^s \left( 1 - \frac{E_i}{E_{i-1}} \right) \Omega_0(x - x_i) \right], \quad (3)$$

где  $E_i$  – модуль на  $i$ -м участке, то есть на участке  $[x_{i-1}, x_i]$ , при этом  $x_0 = 0$ . Статическую симметрию резервуара обеспечивает, например, гидростатическая нагрузка:

$$p = \gamma(H - x), \quad (4)$$

где  $\gamma$  – объемный вес жидкости,  $H$  – высота резервуара,  $x$  – соответствующая ей координата, отсчитываемая от днища.

При условии симметрии из шести уравнений равновесия три удовлетворяются тождественно. Одно из оставшихся уравнений показывает, что продольные силы вдоль оси  $x$  постоянны. Ввиду их малости по сравнению с другими внутренними усилиями ими обычно пренебрегают.

Оставшиеся два уравнения синтезируются в виде:

$$\frac{d^2M}{dx^2} - \frac{N}{R} = -p, \quad (5)$$

или

$$D \frac{d^4w}{dx^4} - Eh \frac{w}{R^2} = p, \quad (6)$$

где  $D$  – цилиндрическая жесткость оболочки.

Уравнение (6) по форме совпадает с уравнением балки на упругом основании и имеет аналитическое решение [9].

Изгибающий момент  $M_2$  вычисляем по формуле [10]:

$$M_2 = \nu M_1. \quad (7)$$

Расчет резервуара с симметричной нагрузкой усложняется при оптимизации его конструктивного решения за счет переменного дискретного и дисперсного армирования. Как было сказано, последнее вводится для усиления противостояния трещинообразованию, интенсивность которого нарастает в направлении днища.

С точки зрения технологии производства работ целесообразно интенсивность дисперсного армирования наращивать в этом направлении от одного участка оболочки к другому. При этом наблюдается ступенчато-переменное изменение механических характеристик фибробетона. Задача становится нелинейной.

Используем шаговый метод в конечно-элементной интерпретации [11]. Шаг наполнения жидкостью составляет  $n$  метров по высоте оболочки. На первом шаге принимаем минимальные

проценты дискретного и дисперсного армирования, причем последнее осуществляем лишь в нижней трети резервуара. Определяем упомянутые внутренние усилия  $M_1$ ,  $Q$ ,  $N$ ,  $M_2$  и напряжения:  $\sigma_x$ ,  $\tau$  и  $\sigma_y$ . Находим также главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ .

$$\begin{aligned} \sigma_x \leq R_s; \quad \sigma_y \leq R_s; \quad \sigma_x \leq R_{fbt}; \quad |\sigma_x| \leq R_{fb}, \\ \sigma_y \leq R_{fbt}; \quad |\sigma_y| \leq R_{fb}; \quad \sigma_1 \leq R_{fbt}; \quad |\sigma_2| \leq R_{fb}. \end{aligned} \quad (8)$$

В случае неудовлетворения неравенств, то есть образования трещин, необходимо увеличивать процент дискретного и (или) дисперсного армирования.

На втором шаге в нагрузку включается следующий слой жидкости. Армирование подлежит пересмотру с учетом соотношений левых и правых частей неравенств (8). При значительном превосходстве правых частей оно может быть оставлено неизменным.

Число шагов  $m = \frac{H}{n}$ . На последнем шаге производится корректировка армирования в меньшую сторону, если правые части неравенств значительно превосходят левые части.

Для резервуаров с идентичными размерами, отличающихся по дискретному и дисперсному

Принимая во внимание расчетные сопротивления стержневой или проволочной арматуры сжатию ( $R_{sc}$ ) и растяжению ( $R_s$ ) [12], а также такого же рода сопротивления фибробетона  $R_{fb}$  и  $R_{fbt}$  [13, 14], проверяем условие прочности для арматуры и крайних волокон фибробетона:

армированию, в качестве оптимальной выбирается система с минимумом потенциальной энергии [15].

В качестве примера рассмотрим железобетонный цилиндрический резервуар (рис. 2) из бетона класса В20 с переменным дисперсным армированием, к которому приложена гидростатическая нагрузка  $p$  от жидкости с объемным весом  $\gamma = 10 \text{ кН/м}^3$ . Стенки резервуара толщиной 10 см имеют трехступенчатую структуру из фибробетона с нарастающим к основанию модулем деформации. Коэффициент Пуассона отличается при этом незначительно и принят единым и равным 0,2. Под днищем предполагается скалистое основание.

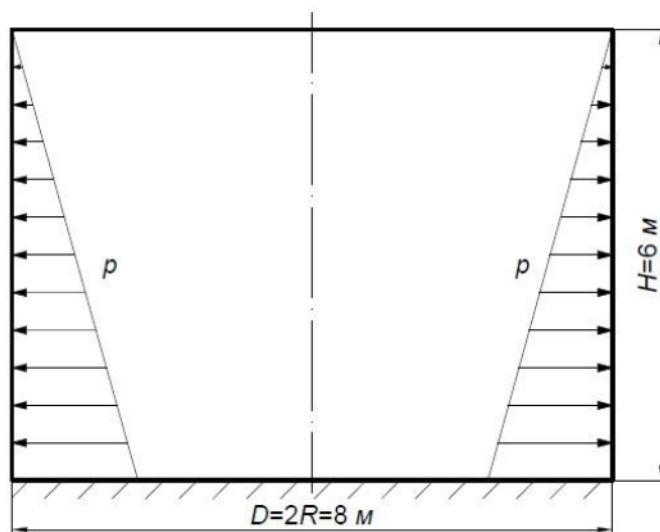


Рис. 2. Цилиндрический резервуар, подверженный гидростатическому давлению

Для расчета шаговым методом использован вычислительный комплекс ЛИРА [11]. Гидростатическая нагрузка разделена на 10 шагов. В табл.1 представлены внутренние усилия на последнем шаге. Использован конечный элемент с размерами  $20 \times 70 \times 10$  см.

Как следует из таблицы, для восприятия растягивающих усилий необходима установка стальной арматуры (класса А400) в продольном направлении в зоне, примыкающей к наружной поверхности ( $0 < x < 1\text{м}$ ), в зоне, примыкающей к

внутренней поверхности ( $1\text{м} < x < 2\text{м}$ ) и в кольцевом направлении с процентом армирования 0,1 %.

Кроме того, осуществляется дисперсное армирование стекловолокном  $d=15$  мкм: при  $0 < x \leq 2$  м  $l = 50$  мм, процент армирования 4,5 % ( $l$  – длина волокна,  $d$  – диаметр волокна); при  $2 < x \leq 4$  м  $l = 35$  мм, процент армирования 3 %; при  $4 < x \leq 6$  м  $l = 20$  мм, процент армирования 3 %.

Таблица 1

## Внутренние усилия в стенке цилиндрического резервуара

$x, \text{см}$	$M_1, \text{кН}\cdot\text{см}/\text{см}$	$Q, \text{кН}/\text{см}$	$N, \text{кН}/\text{см}$	$M_1, \text{кН}\cdot\text{см}/\text{см}$
0	-6,47	0,278	0	1,03
100	1,12	-0,03	2,12	0,179
200	0,03	-0,002	1,65	0,005
300	-0,01	0	1,20	0,0016
400	0,002	0	0,08	0
500	0	0	0,04	0
600	0	0	0	0

Расчет круглых плит на упругом основании, моделирующих днища цилиндрических резервуаров, подробно рассмотрен в книге [3].

**Выводы.** Представленный автоматизированный алгоритм расчета железобетонного цилиндрического резервуара с дополнительным дисперсным армированием дает возможность оптимизировать проценты дискретного и дисперсного армирования шаговым методом.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. М.–Л.: Гостехиздат. 1947. 252 с.
2. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз. 1962. 432 с.
3. Овечкин А.М. Расчет железобетонных круглых резервуаров. М.: Стройиздат, 1950. 240с.
4. Mishra P.K., Dey S.S. Discrete energy method for the analysis of cylindrical shells // Comput. and Struct. 1987. 27. № 6. P. 753–762.
5. Axelrad E.L., Emmerling F.A. On variational principles and consistency of elasticity relations of thin shells // Int. J. Non-Linear Mech. 1990. Vol. 25. № 1. P. 27–44.
6. Gao Yang, Cheung Y.K. On the extremum complementary energy principles for nonlinear elastic shells // Int. J. Solids and Struct. 1990. Vol. 26. № 5-6. P. 683–693.
7. Смоляго Г.А., Дрокин С.В., Белоусов А.П., Пушкин С.А. Обследование

железобетонного резервуара для хранения чистой воды // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 1. С. 47–51.

8. Городецкий А.С., Заворицкий В.И., Лантух-Лященко А.И., Рассказов А.О. Метод конечных элементов при проектировании транспортных сооружений. М.: Изд-во «Транспорт», 1981. 143с.

9. Колкунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек. М.: Высшая школа, 1972. 296с.

10. Рекач В.Г. Статический расчет тонкостенных пространственных конструкций. М.: Стройиздат, 1975. 256с.

11. Городецкий А.С. ПК ЛИРА, версия 9. Программный комплекс для расчета и проектирования конструкций: Справочно-теоретическое пособие. М.: 2003. 464с.

12. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. М.: ГУП «НИИЖБ», ФГУП ЦПП, 2004. 58 с.

13. Проектирование и основные положения технологий производства фибробетонных конструкций (ВСН 56-97). М.: НТУ НИЦ «Строительство», 1997. 91 с.

14. Панченко Л.А. Строительные конструкции с волокнистыми композитами. Белгород: БГТУ. 2013. 184 с.

15. Юрьев А.Г. Вариационные принципы строительной механики. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002. 90 с.

**Panchenko L.A., Shevchenko A.V.**

### REINFORCED CONCRETE CYLINDRICAL RESERVOIR WITH ADDITIONAL DISPERSED REINFORCEMENT

*The article describes the design of a reinforced concrete reservoir with additional dispersed reinforcement fibers at the limit state of the second group. In the case of a circular cylindrical shell under axisymmetric loading in calculating the four internal forces (two bending moment, transverse and circumferential forces). Assuming symmetry of the six equilibrium equations in the calculation is two. Used step method to finite-element interpretation. As example, consider a reinforced concrete cylindrical reservoir with a variable dispersed reinforcement, which is applied to the hydrostatic load of the liquid. To describe the dispersed reinforcement in relation to the modulus of elasticity used in the single function of Heaviside. On the found values of the determined efforts of dispersed and discrete reinforcement.*

**Keywords:** reinforced concrete reservoir, dispersed reinforcement, fiberglass, step method, finite element method, elastic foundation.

**Панченко Лариса Александровна**, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: panchenko.bstu@mail.ru

**Шевченко Андрей Викторович**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: andsheff@rambler.ru