

*Семикопенко И.А., канд. техн. наук, доц.,  
Воронов В.П., канд. физ.-мат. наук, проф.,  
Чунгуррова Т.Л., аспирант*

*Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ МАТЕРИАЛА В ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ТРАЕКТОРИЯХ И ИХ СОУДАРЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ПРОТИВОТОЧНОЙ МЕЛЬНИЦЕ

v.s.bogdanov@mail.ru

В данной статье получено аналитическое выражение, позволяющее определять размер частицы материала, который образуется в результате косого соударения частиц, находящихся в пересекающихся потоках в тангенциальном патрубке центробежной противоточной мельницы. Представлена расчетная схема для описания процесса измельчения материала в зоне встречных пересекающихся потоков. Построена графическая зависимость величины скола от расстояния  $L_0$  между роторами и частоты вращения  $n$ .

**Ключевые слова:** мельница, косой удар, траектория, материал.

Центробежные противоточные мельницы относятся к одному из видов помольного оборудования, осуществляющего механический разгон частиц с целью их соударения во встречных потоках [1].

В данной статье рассмотрено описание конструкции центробежной противоточной мельницы, обеспечивающей селективное воздействие на измельчаемый материал в зависимости от его крупности [2].

Как показано на рис. 1, в тангенциальном патрубке центробежной противоточной мельницы осуществляется раздельное движение частиц: основное движение и лобовое соударение крупных частиц и движение в пересекающихся траекториях мелких частиц. Рассмотрим процесс взаимодействия материала в зоне движения мелких частиц в пересекающихся траекториях.

Изменение скорости  $\vartheta$  частицы материала при косом ударе можно описать, основываясь на втором законе динамики:

$$m \frac{d\vartheta}{dt} = F, \quad (1)$$

где  $m$  – масса частицы материала, равная:

$$m = \frac{\pi d_h^3}{6} \rho_u, \quad (2)$$

здесь  $\rho_u$  – плотность материала частиц;  $F$  – сила воздействия на частицу материала в момент косого соударения, которую выразим через величину возникающих касательных напряжений  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{F}{S_0}, \quad (3)$$

где  $S_0$  – площадь контакта частиц материала при косом ударе.

С учетом (2) и (3) формуле (1) можно привести следующий вид:

$$\frac{\pi d_h^3}{6} \rho_u \frac{d\vartheta}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \sigma \cdot S_0. \quad (4)$$

На основании расчетной схемы, представленной на рисунке 1, находим, что

$$x = L_0 + 2R \cos\varphi, \quad (5)$$

где  $\varphi$  – текущий угол поворота.

На основании (5) и расчетной схемы на рис. 1 можно получить следующие соотношения:

$$X_H = L_0 + 2R \cos\beta_1; \quad (6)$$

$$X_K = L_0 + 2R \cos\Omega, \quad (7)$$

где  $X_H$  – координата точки загрузки частицы материала на прямолинейную лопасть;  $X_K$  – координата точки схода частицы материала с прямолинейной лопасти.

Угол поворота прямолинейной лопасти  $\Omega$  от точки загрузки материалом до точки схода частицы с лопасти равен:

$$\Omega = \omega\tau_1, \quad (8)$$

здесь  $\tau_1$  – промежуток времени, за который частица материала проходит путь  $R - \rho_1$  от точки загрузки до точки схода с прямолинейной лопасти.

Согласно результату работы [3]:

$$\tau_1 = \frac{R - \rho_1}{\omega\rho_1} 2f = \frac{2f}{\omega} \left( \frac{R}{\rho_1} - 1 \right). \quad (9)$$

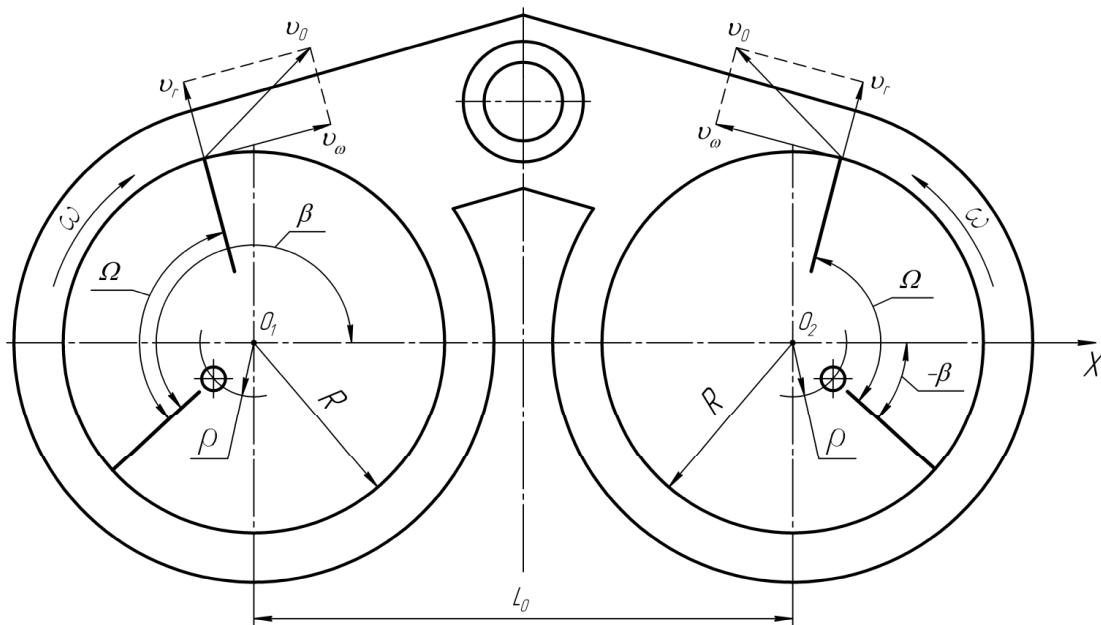


Рис. 1. Расчетная схема для описания процесса измельчения материала в зоне встречных пересекающихся потоков

Подстановка (9) в (8) приводит к соотношению:

$$\Omega = 2f \left( \frac{R}{\rho_1} - 1 \right). \quad (10)$$

На основании (5) и расчетной схемы на рис. 1 можно получить следующие соотношения:

$$X_H = L_0 + 2R \cos \beta_1; \quad (6)$$

$$X_K = L_0 + 2R \cos \Omega, \quad (7)$$

где  $X_H$  – координата точки загрузки частицы материала на прямолинейную лопасть;  $X_K$  – координата точки схода частицы материала с прямолинейной лопасти.

Угол поворота прямолинейной лопасти  $\Omega$  от точки загрузки материалом до точки схода частицы с лопасти равен:

$$\Omega = \omega \tau_1, \quad (8)$$

здесь  $\tau_1$  – промежуток времени, за который частица материала проходит путь  $R - \rho_1$  от точки загрузки до точки схода с прямолинейной лопасти.

Согласно результату работы [3]:

$$\tau_1 = \frac{R - \rho_1}{\omega \rho_1} 2f = \frac{2f}{\omega} \left( \frac{R}{\rho_1} - 1 \right). \quad (9)$$

Подстановка (9) в (8) приводит к соотношению:

$$\Omega = 2f \left( \frac{R}{\rho_1} - 1 \right). \quad (10)$$

Согласно результату работы [4], величину касательных напряжений в зоне косых соударений частиц определяем следующим образом:

$$\sigma = \mu \frac{\vartheta_x}{x}, \quad (11)$$

где  $\mu$  – коэффициент псевдовязкого измельчения;  $\mu = 2618 \text{ Па}\cdot\text{с}$  [4].

Подстановка (11) в (4) с учетом того, что:

$$\frac{dx}{dt} = \vartheta_x \quad (12)$$

приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{\pi d^3}{6} \rho_u \cdot d\vartheta = \mu \frac{S_0}{x} dx. \quad (13)$$

Будем считать, что в результате косых соударений скорость частицы материала будет изменяться от значения  $\vartheta_0$  до величины  $u_0$ , где  $u_0$  – скорость воздушного потока, равная

$$u_0 = \sqrt{u_p^2 + \omega^2 R^2}. \quad (14)$$

Здесь, согласно [5]

$$u_p = \omega R \sqrt{\frac{2h_p}{R} - \left( \frac{h_p}{R} \right)^2}, \quad (15)$$

где  $h_p$  – высота прямолинейной лопасти,  $R$  – радиус ротора.

Подстановка (15) в (14) приводит к следующему результату:

$$u_0 = \omega R \sqrt{1 + \frac{2h_p}{R} - \left( \frac{h_p}{R} \right)^2}. \quad (16)$$

Интегрирование уравнения (13) в определенных пределах приводит к следующему:

$$\frac{\pi d_h^3}{6} \rho_u \int_{\vartheta_0}^{u_0} d\vartheta = \mu S_0 \cdot \int_{X_H}^{X_K} \frac{dx}{x}. \quad (17)$$

Вычисление интеграла (2.94) позволяет получить следующий результат:

$$\frac{\pi d_h^3}{6} \cdot \rho_u (u_0 - \vartheta_0) = \mu S_0 \ln \left( \frac{X_K}{X_H} \right). \quad (18)$$

На основании (18) можно найти величину площади контакта частиц при косом ударе  $S_0$ :

$$S_0 = \frac{\pi d_h^3 \rho_u (\vartheta_0 - u_0)}{6 \mu \ln \left( \frac{X_H}{X_K} \right)}. \quad (19)$$

На рис. 2 а) представлена расчетная схема взаимодействия сферических частиц при косом ударе.

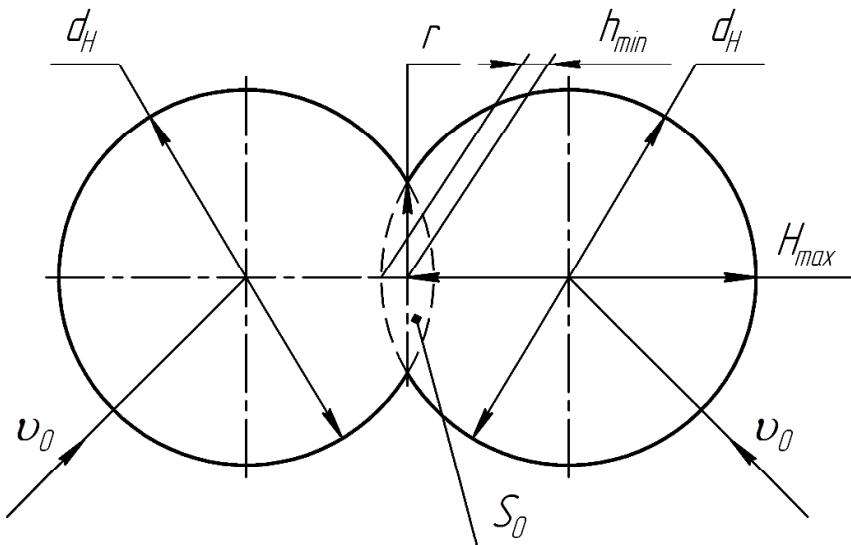


Рис. 2. Расчетная схема взаимодействия частиц при косом ударе

Так как схема на рис. 2 имеет вертикальную ось симметрии, процесс образования скола рассмотрим для одной частицы материала. На рис. 3 представлена расчетная схема для определения взаимосвязи между площадью взаимодействия частиц и радиусом скола отдельной частицы.

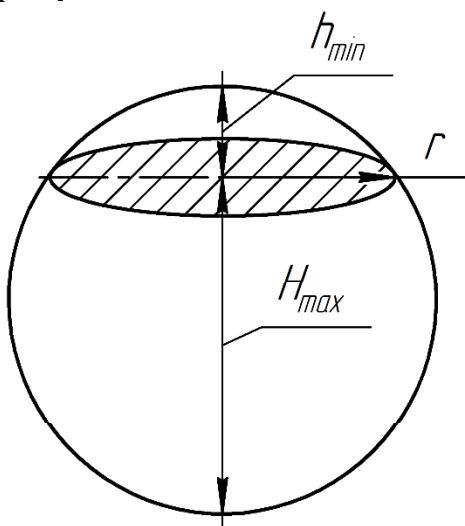


Рис. 3. Расчетная схема для определения взаимосвязи между площадью взаимодействия частиц и радиусом скола частицы

Согласно схемы, площадь контакта, образуемого в результате косого соударения частиц связана с величиной радиуса  $r$  соударений соотношением

$$S_0 = \pi r^2. \quad (20)$$

Минимальная величина скола частицы определяется из следующего выражения:

$$r^2 + \left( \frac{d_h}{2} - h_{min} \right)^2 = \left( \frac{d_h}{2} \right)^2. \quad (21)$$

Учитывая, что величина деформации  $h_{min}$  является малой величиной по сравнению с  $d_h/2$ , можно на основании (21) с точностью до величин первого порядка малости получить следующее соотношение:

$$r^2 \cong d_h \cdot h_{min}, \quad (22)$$

где  $h_{min}$  – минимальное значение размера частицы материала, образующейся при косых соударениях, на основании (20) и (22) будет определяться:

$$h_{min} = \frac{S_0}{\pi d_h}, \quad (23)$$

а величина  $H_{max}$  – максимальный размер частицы материала в результате косых соударений будет определяться следующим соотношением:

$$H_{max} = d_h - h_{min} = \frac{\pi d_h^2 - S_0}{\pi d_h}. \quad (24)$$

На рис. 3 представлена графическая зависимость величины скола частицы в результате косого соударения от расстояния  $L_0$  между роторами и их частоты вращения  $n$ .

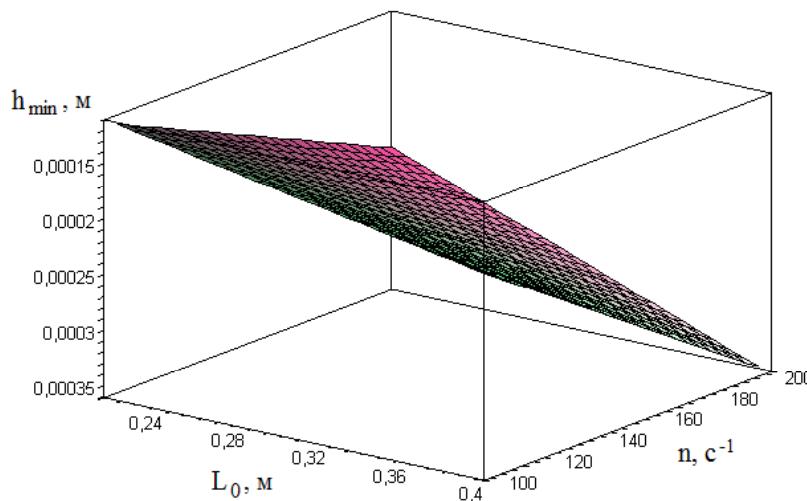


Рис. 3. Зависимость величины скола от расстояния  $L_0$  между роторами и частоты вращения  $n$

Из графиков видно, что минимальный размер скола частицы увеличивается по линейному закону с ростом частоты  $n$  вращения роторов и от расстояния  $L_0$  между роторами. Например, при частоте вращения ротора  $n = 100 \text{ с}^{-1}$  размер скола равен  $0,00017 \text{ м}$ , при повышении частоты вращения до  $200 \text{ с}^{-1}$  размер скола частицы увеличивается до  $0,00035 \text{ м}$ . При межосевом расстоянии  $L_0$ , равном  $0,24 \text{ м}$  размер скола равен  $0,00011 \text{ м}$ , при увеличении межосевого расстояния до  $0,4 \text{ м}$  размер скола увеличивается до  $0,00036 \text{ м}$ .

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Смирнов Н.М. Разработка конструкции центробежных противоточных мельниц и методика расчета их основных размеров // Интенсивная механическая технология сыпучих материалов. Межвузовский сборник научных трудов. ИХТИ Иваново, 1990. С. 60–69.
- Патент №2563691 Российской Федерации

ция, МПК В 02 С 13/28. Центробежно-противоточная мельница / И.А. Семикопенко, Т.Л. Горбань и др.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», №2014122886/13; заявл. 04.06. 14; опубл. 20.09.15, Бюл. №26.

- Воронов В.П., Семикопенко И.А., Пензев П.П. Теоретические исследования скорости движения частиц материала вдоль поверхности ударного элемента мельницы дезинтеграторного типа // Известия ВУЗов. Строительство. 2008. №11–12. С. 93–96.

- Данилов Р.Г. Механизм тонкого измельчения в роторных мельницах с зубчатоподобным зацеплением // Строительные и дорожные машины. 1997. №12. С. 29–31.

- Клочкин Н.В., Блиничев В.Н., Бобков С.П., Пискунов А.В. Методика расчета воздуха в центробежно-ударной мельнице // Известия ВУЗов. Химия и химическая технология. 1982. №2. С. 230–232.

## Информация об авторах

**Семикопенко Игорь Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры механического оборудования.

E-mail: v.s.bogdanov@mail.ru

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Воронов Виталий Павлович**, кандидат физико-математических, доцент кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Чунгуррова Татьяна Леонидовна**, аспирант кафедры механического оборудования  
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.  
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Поступила в сентябре 2017 г.

© Семикопенко И.А., Воронов В.П., Чунгуррова Т.Л., 2017

---

**Semikopenko I.A., Voronov V.P., Chungurova T.L.**  
**MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE PROCESS OF GRINDING MATERIAL**  
**IN THE AREA OF COUNTER-INTERSECTING FLOWS IN CENTRIFUGAL**  
**COUNTERCURRENT MILL**

*Given a mathematical description of the motion of the grinding material in the area of counter-intersecting threads in the grinding chamber of the centrifugal-flow mill. The calculated scheme to describe the process of grinding material in the area of counter-intersecting threads. As a result of theoretical research analytical expression that allows to determine the degree of particle size reduction of the material in the zone of tangential collisions depending on the constructive and technological parameters of a centrifugal countercurrent mills.*

**Keywords:** overlapping flows, particle crushing

---

*Information about the authors*

**Semikopenko Igor' Aleksandrovich**, PhD, Assistant professor.

E-mail: v.s.bogdanov@mail.ru

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.

Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Voronov Vitaliy Pavlovich**, PhD, Professor.

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.

Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Chungurova Tat'yana Leonidovna**, Research assistant.

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov.

Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

---

*Received in September 2017*

© Semikopenko I.A., Voronov V.P., Chungurova T.L., 2017