

DOI: 10.12737/article_59cd0c5b5b1678.28291672

*Немировский Ю.В., д-р физ.-мат. наук, проф.,
Болтаев А.И., асп.**Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН*

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ И РАСПОЛОЖЕНИЯ СЛОЁВ НА НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГИБРИДНЫХ ДЕРЕВЯННЫХ БАЛОК*

boltaev_artem@mail.ru

В работе предложена аналитическая аппроксимация опытных диаграмм растяжения-сжатия древесины вдоль волокон в виде многочленов второй и третьей степени. Коэффициенты аппроксимирующих функций определяются двумя способами: с помощью метода наименьших квадратов, используя опытные диаграммы деформирования; с помощью наложения определённых требований на диаграммы, используя основные механические характеристики древесины (максимальные напряжения и деформации, модули упругости). Даны численные значения коэффициентов аппроксимации для 15 различных пород древесины. Приведённые в работе примеры расчёта неоднородно-слоистых деревянных конструкций позволили показать особенности работы такого сильно физически нелинейного и разносопротивляющегося материала как древесина. Варьирование породы древесины и формы слоёв приводит к значительному изменению несущей способности и деформативности конструкции. Показана возможность изменения характера начала разрушения, а также возникновения скрытых форм разрушения при перестановке пород слоёв. Разработанный в статье метод расчёта гибридных стержневых деревянных конструкций открывает большие возможности для решения задач оптимизации при проектировании, и позволяет рациональным способом использовать различные породы древесины.

Ключевые слова: диаграммы деформирования, слоистые конструкции, деревянные конструкции, физическая нелинейность, разносопротивляемость, сжатие, растяжение.

Введение. Древесина широко используется в строительстве [1–3]. Этому способствуют такие её качества как [1]: низкий удельный вес – при средней плотности 550 кг/м^3 она в 14 раз легче стали и в 4,5 раза легче бетона; высокая удельная прочность – $25500 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для древесины, $29500 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для строительной стали и $5800 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для бетона класса В25. Она также обладает малой теплопроводностью, высокой химической стойкостью и высокой технологичностью. И что немаловажно – является самовозобновляемым и экологически чистым материалом.

Основные недостатки древесины – пороки, неоднородность и анизотропность физико-механических свойств, пожароопасность, коробление, усушка и др. [1, 3] могут быть в значительной степени устранены путём различных технологических и конструктивных приёмов, используемых при производстве современных деревянных конструкций. Кроме этого, современные технологии позволяют создавать клееные деревянные конструкции различных форм поперечных сечений и пролётов, что значительно расширяет их область применения.

Примерами эффективного использования древесины в строительстве могут служить: радиобашня в Польше высотой 118 м (1935 г.), деревобетонный мост в Австрии [4] пролётом 85 м

(1993 г.), жилое здание в Канаде [5] высотой 53 м (2017 г.) и др.

Следует отметить, что существующие нормативные методы расчёта деревянных конструкций [6–7] обладают рядом недостатков:

- не учитывают реальные диаграммы деформирования древесины;
- не позволяют проектировать неоднородные (состоящие из разных пород) конструкции, так как основаны на экспериментальных данных, полученных для однородных конструкций;
- накладывают ограничения на возможные формы поперечных сечений (прямоугольное, круглое, двутавровое и т.п.).

Стандартные методы расчёта физически нелинейных стержневых конструкций [8–13] рассматривают в основном однородные конструкции и не уделяют должного внимания особенностям работы древесины.

Следовательно, необходимо создание методики расчёта деревянных конструкций, учитывающей реальные диаграммы деформирования древесины и позволяющей рассчитывать и проектировать неоднородные конструкции.

1. Диаграммы деформирования древесины. Здесь и далее будем говорить о диаграм-

мах, полученных при кратковременных испытаниях малых чистых образцов древесины на растяжение-сжатие вдоль волокон.

Для использования диаграмм деформирования в расчётах необходимо получить их аналитическую форму. Функция, описывающая диаграммы, должна удовлетворять двум основным критериям: достаточно точно описывать опытные данные и иметь, по возможности, простой вид. При этом оба условия являются взаимоисключающими – желание получить, как можно более точное совпадение с экспериментальными данными приводит к усложнению связи между напряжениями и деформациями.

Отметим, что не следует стремиться к идеальному совпадению экспериментальной диаграммы и аппроксимирующей её функции. Так как сами опытные диаграммы деформирования получаются путём осреднения целого набора диаграмм. При этом средние коэффициенты вариации механических свойств древесины (предел прочности, модуль упругости и др.) лежат в пределах 13–20 % [14].

Для разработки теории расчёта физически нелинейных гибридных стержневых систем будем использовать два вида функций:

1. квадратная аппроксимация отдельно для растяжения и сжатия [15]

$$\sigma^{\pm}(\varepsilon) = E_1^{\pm}\varepsilon + E_2^{\pm}\varepsilon^2, \quad (1)$$

верхние знаки берутся при $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_*^+$, нижние – при $\varepsilon_*^- \leq \varepsilon \leq 0$.

2. кубическая аппроксимация на всём диапазоне деформирования $\varepsilon_*^- \leq \varepsilon \leq \varepsilon_*^+$ [16]

$$\sigma(\varepsilon) = E_1\varepsilon + E_2\varepsilon^2 + E_3\varepsilon^3. \quad (2)$$

где $\varepsilon_*^+, \varepsilon_*^-$ – предельные значения продольных

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}, \quad SS_{res} = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - \hat{\sigma}_i)^2, \quad SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (\sigma_i - \bar{\sigma}_i)^2, \quad \bar{\sigma}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i. \quad (3)$$

где σ_i – значения напряжений, взятые из опытных графиков; $\hat{\sigma}_i$ – значения напряжений, полученные непосредственно по формулам (1) или (2); n – количество точек взятых на экспериментальных диаграммах.

Результаты аппроксимации даны на рис. 1–3, значения коэффициентов аппроксимации, а также коэффициентов детерминации приведены в табл. 1–2. На рис. 1–3 экспериментальные данные обозначены следующими значками: треугольниками для сосны, крестиками для ясеня и кружками для ели. Соответствующие им аппроксимирующие функции проведены сплошными линиями. В табл. 1 коэффициенты детерминации отдельно приведены для диаграмм растяжения – R^{2+} и отдельно для диаграмм сжатия – R^{2-} . Величины σ_*^+, σ_*^- – максимальные нормальные напряжения при растяжении (+) и сжатии (-).

деформаций при растяжении и сжатии; E_i^{\pm}, E_j – коэффициенты аппроксимации диаграмм деформирования соответственно для квадратной и кубической функций.

Принятие в качестве аппроксимирующей функции степенных многочленов с одной стороны позволяет достаточно точно описать экспериментальные данные, с другой стороны данные функции имеют простой вид и являются одними из наиболее изученных в математике.

Связь между напряжениями и деформациями в форме (1) и (2) позволяет получать в пределе модели одномодульного и разномодульного линейно-упругого материала. Если в (1) принять $E_2^{\pm} = 0$, то приходим к модели разномодульного линейно-упругого материала. Далее, принимая $E_1^+ = E_1^- = E$, получим уравнение закона Гука. Тоже получим и в (2) при $E_2 = E_3 = 0$.

Для подтверждения возможности аппроксимации диаграмм деформирования функциями (1,2) используем экспериментальные данные для трёх пород древесины: сосны [17], ясеня [18] и ели [19]. И, на основе метода наименьших квадратов [20], вычислим коэффициенты аппроксимации E_i^{\pm}, E_j . Для этого области $\varepsilon_*^- \leq \varepsilon \leq 0$ и $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_*^+$ на опытных графиках растяжения-сжатия разбиваем на девять равных отрезков. На конце каждого отрезка определяем пары значений $\sigma_i - \varepsilon_i$. Имея набор экспериментальных значений $\sigma_i - \varepsilon_i$, находим коэффициенты E_i^{\pm}, E_j .

Оценку степени точности аппроксимации проводим с помощью коэффициента детерминации R^2 [20]:

Анализ экспериментальных диаграмм деформирования показывает, что при растяжении древесина деформируется линейно практически до самого разрушения, а при сжатии уже в области средних напряжений начинает проявляться физическая нелинейность, которая возрастает по мере увеличения нагрузки. Для одной и той же породы древесины пределы прочности на растяжение и сжатие различаются до 2,6 раз, максимальные деформации – до 1,6 раз.

Из рис. 1–3 видно, что функции (1) и (2) достаточно хорошо аппроксимируют экспериментальные диаграммы деформирования древесины. При этом квадратная аппроксимация немного точнее кубической. Коэффициент детерминации для квадратной аппроксимации изменяется от 0,9975 до 0,9999, для кубической – от 0,9951 до 0,9995, см. табл. 1–2.

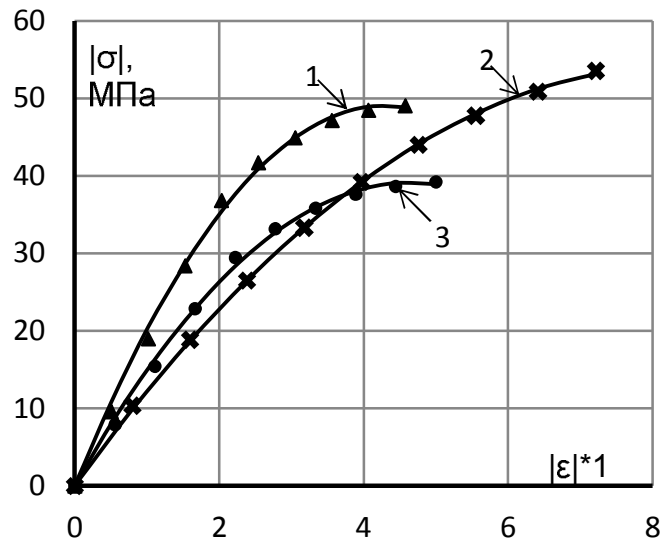


Рис. 1. Квадратная аппроксимация диаграмм сжатия древесины.
1 – сосна, 2 – ясень, 3 – ель. Способ 1

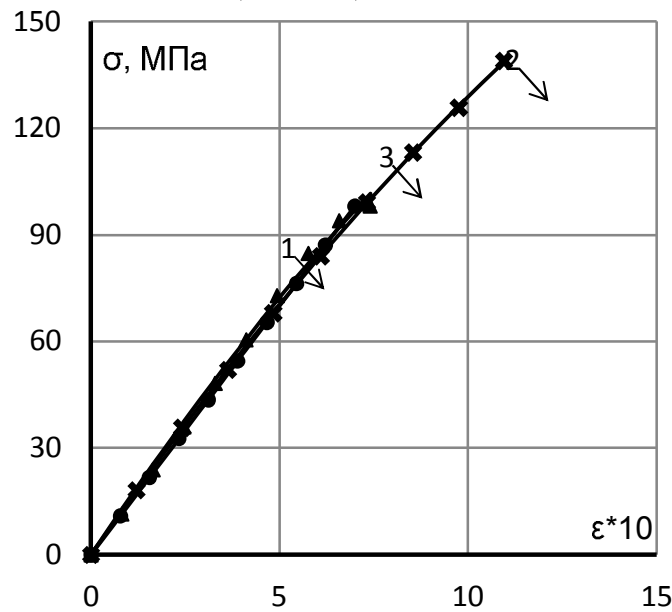


Рис. 2. Квадратная аппроксимация диаграмм растяжения древесины.
1 – сосна, 2 – ясень, 3 – ель. Способ 1

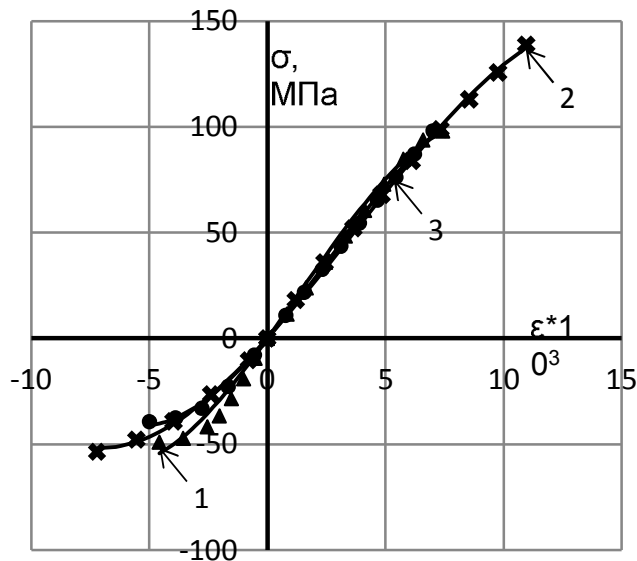


Рис. 3. Кубическая аппроксимация диаграмм деформирования древесины.
1 – сосна, 2 – ясень, 3 – ель. Способ 1

Таблица 1

Характеристики диаграмм деформирования для квадратной аппроксимации. Способ 1

| № | Характеристики Порода | E_1^+ | E_1^- | E_2^+ | E_2^- | ε_*^+ | ε_*^- | σ_*^+ | σ_*^- | R^{2+} | R^{2-} |
|---|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|--------------|--------------|----------|----------|
| | | 10^3 МПа | 10^3 МПа | 10^6 МПа | 10^6 МПа | 10^{-3} | 10^{-3} | МПа | МПа | | |
| 1 | Сосна | 15,97 | 22,82 | -0,303 | 2,65 | 7,4 | -4,6 | 101,6 | -48,9 | 0,9967 | 0,9975 |
| 2 | Ясень | 15,21 | 12,94 | -0,233 | 0,773 | 11,0 | -7,2 | 138,7 | -53,2 | 0,9999 | 0,9998 |
| 3 | Ель | 14,01 | 16,74 | 0 | 1,789 | 7,0 | -5,0 | 98,1 | -39,0 | 0,9999 | 0,9980 |

Таблица 2

Характеристики диаграмм деформирования для кубической аппроксимации. Способ 1

| № | Характеристики Порода | E_1 | E_2 | E_3 | ε_*^+ | ε_*^- | σ_*^+ | σ_*^- | R^2 |
|---|--------------------------|------------|------------|------------|-------------------|-------------------|--------------|--------------|--------|
| | | 10^3 МПа | 10^6 МПа | 10^9 МПа | 10^{-3} | 10^{-3} | МПа | МПа | |
| 1 | Сосна | 15,55 | 0,373 | -0,094 | 7,4 | -4,6 | 97,6 | -54,4 | 0,9951 |
| 2 | Ясень | 12,60 | 0,451 | -0,042 | 11,0 | -7,2 | 137,4 | -51,8 | 0,9995 |
| 3 | Ель | 13,24 | 0,610 | -0,078 | 7,0 | -5,0 | 95,9 | -41,2 | 0,9988 |

При определении коэффициентов диаграмм деформирования E_i^\pm, E_j использовались экспериментальные графики. Однако число таких графиков сильно ограничено. В основном в литературе приводятся данные по E_{ii} (модуль упругости при

изгибе) и σ_*^\pm [21, 22], реже можно найти модули упругости при растяжении E^+ и сжатии E^- [22]. Значения предельных деформаций ε_*^\pm практически отсутствуют.

Таблица 3

Методы определения коэффициенты для квадратной аппроксимации

| № | Определяющие уравнения | Коэффициенты диаграмм деформирования | R^{2+} | R^{2-} |
|---|---|---|----------|----------|
| 1 | $\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right _{\varepsilon=0} = E^\pm,$ $\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right _{\varepsilon=\varepsilon_*^\pm} = 0.$ | $E_1^\pm = E^\pm,$ $E_2^\pm = -\frac{E^\pm}{2\varepsilon_*^\pm}.$ | 0.6085 | 0.9880 |
| | | | 0.6355 | 0.9671 |
| | | | 0.4263 | 0.9869 |
| 2 | $\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right _{\varepsilon=0} = E^\pm,$ $\sigma(\varepsilon_*^\pm) = \sigma_*^\pm.$ | $E_1^\pm = E^\pm,$ $E_2^\pm = \frac{\sigma_*^\pm - E^\pm \varepsilon_*^\pm}{\varepsilon_*^{\pm 2}}.$ | 0.9941 | 0.9974 |
| | | | 0.9999 | 0.9997 |
| | | | 1.0000 | 0.9979 |
| 3 | $\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right _{\varepsilon=\varepsilon_*^\pm} = 0,$ $\sigma(\varepsilon_*^\pm) = \sigma_*^\pm.$ | $E_1^\pm = 2\frac{\sigma_*^\pm}{\varepsilon_*^\pm},$ $E_2^\pm = -\frac{\sigma_*^\pm}{\varepsilon_*^{\pm 2}}.$ | 0.8487 | 0.9934 |
| | | | 0.8119 | 0.9787 |
| | | | 0.7055 | 0.9940 |
| 4 | $\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right _{\varepsilon=0} = E^\pm,$ $\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right _{\varepsilon=\varepsilon_*^\pm} = 0,$ $\sigma(\varepsilon_*^\pm) = \sigma_*^\pm.$ | $E_1^\pm = E^\pm,$ $E_2^\pm = -\frac{E^{\pm 2}}{4\sigma_*^\pm},$ $\varepsilon_*^\pm = 2\frac{\sigma_*^\pm}{E^\pm}.$ | 0.9190 | 0.9975 |
| | | | 0.9423 | 0.9996 |
| | | | 0.8566 | 0.9980 |

Одно из важных свойств, которому должны удовлетворять диаграммы деформирования, заключаются в том, чтобы их коэффициенты определялись через известные величины $\sigma_*^\pm, \varepsilon_*^\pm$ и E^\pm . С одной стороны, это позволит по известным данным получить большое количество диаграмм деформирования для различных пород. С другой стороны, что более важно, даст возможность учитывать влияние различных факторов (температуры, влажности, времени, скорости нагружения,

изменчивости свойств и т.д.) на диаграммы деформирования через накопленную информацию [1, 3, 6, 14, 21, 22] о влиянии этих факторов на $\sigma_*^\pm, \varepsilon_*^\pm$ и E^\pm .

В связи с этим были проанализированы различные варианты определения коэффициентов E_i^\pm, E_j через $\sigma_*^\pm, \varepsilon_*^\pm, E^\pm$ – табл. 3-4. В табл. 3-4 коэффициенты детерминации приведены для трёх пород древесины. Первой строке соответствует сосна, второй – ясень, и третьей – ель. Значения E^\pm взяты из табл.1 - $E^\pm = E_1^\pm$.

Таблица 4

Методы определения коэффициенты для кубической аппроксимации

| № | Определяющие уравнения | Коэффициенты диаграмм деформирования | R ² |
|---|--|---|----------------|
| 1 | $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\Big _{\varepsilon=0} = \min(E^+; E^-),$ $\sigma(\varepsilon_*^\pm) = \sigma_*^\pm.$ | $E_1 = \min(E^+; E^-),$ $E_2 = \frac{\sigma_*^+ - E_1 \varepsilon_*^+ - E_3 \varepsilon_*^{+3}}{\varepsilon_*^{+2}},$ $E_3 = \frac{E_1}{\varepsilon_*^+ \varepsilon_*^-} + \frac{\sigma_*^+}{\varepsilon_*^{+2}(\varepsilon_*^+ - \varepsilon_*^-)} - \frac{\sigma_*^-}{\varepsilon_*^{-2}(\varepsilon_*^+ - \varepsilon_*^-)},$ | 0.9934 |
| | | 0.9991 | |
| | | 0.9970 | |
| 2 | $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\Big _{\varepsilon=0} = \min(E^+; E^-),$ $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\Big _{\varepsilon=\varepsilon_*^\pm} = 0.$ | $E_1 = \min(E^+; E^-),$ $E_2 = -E_1 \frac{\varepsilon_*^- + \varepsilon_*^+}{2\varepsilon_*^+ \varepsilon_*^-},$ $E_3 = \frac{E_1}{3\varepsilon_*^- \varepsilon_*^+}.$ | 0.9897 |
| | | 0.9749 | |
| | | 0.9713 | |
| 3 | $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\Big _{\varepsilon=0} = \min(E^+; E^-),$ $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\Big _{\varepsilon=\varepsilon_*^\pm} = 0,$ $\sigma(\varepsilon_*^\pm) = \sigma_*^\pm.$ | $E_1 = \min(E^+; E^-),$ $E_2 = \frac{3\sigma_*^+ - 2E_1 \varepsilon_*^+}{\varepsilon_*^{+2}},$ $E_3 = \frac{E_1 \varepsilon_*^+ - 2\sigma_*^+}{\varepsilon_*^{+3}}.$ ε_*^\pm находим из решения системы: $\sigma_*^- 3(k^2 - a) = 2E_1 \varepsilon_*^- k(k - 1)$ $E_1 \varepsilon_*^- k(k^2 - 1) = 2\sigma_*^-(k^3 - a)$ Где $k = \frac{\varepsilon_*^+}{\varepsilon_*^-}$ $a = \frac{\sigma_*^+}{\sigma_*^-}.$ | 0.9932 |
| | | 0.9863 | |
| | | 0.9978 | |
| 4 | $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\Big _{\varepsilon=\varepsilon_*^\pm} = 0,$ $\sigma(\varepsilon_*^\pm) = \sigma_*^\pm.$ | $E_1 = \frac{1}{(\varepsilon_*^+ - \varepsilon_*^-)^2} \left[\sigma_*^- \frac{\varepsilon_*^+}{\varepsilon_*^-} (2\varepsilon_*^+ - 3\varepsilon_*^-) + \sigma_*^+ \frac{(\varepsilon_*^-)^2}{\varepsilon_*^+} \right],$ $E_2 = \frac{1}{(\varepsilon_*^+ - \varepsilon_*^-)^2} \left[\sigma_*^- \left(3 - \left(\frac{\varepsilon_*^+}{\varepsilon_*^-} \right)^2 \right) - \sigma_*^+ \frac{2\varepsilon_*^-}{\varepsilon_*^+} \right],$ $E_3 = \frac{1}{(\varepsilon_*^+ - \varepsilon_*^-)^2} \left[\sigma_*^- \frac{\varepsilon_*^+ - 2\varepsilon_*^-}{(\varepsilon_*^-)^2} + \sigma_*^+ \frac{1}{\varepsilon_*^+} \right].$ | 0.9869 |
| | | 0.9993 | |
| | | 0.9981 | |

Будем считать аппроксимацию хорошо совпадающей с экспериментальными данными при $R^2(R^{2\pm}) \geq 0.990$. Исходя из этого, для квадратной аппроксимации наилучшим является вариант

в строке 2 табл. 3. Для кубической аппроксимации наилучший вариант расположен в строке 1 табл.4. Покажем графики деформирования для каждого их этих вариантов – рис. 4-6.

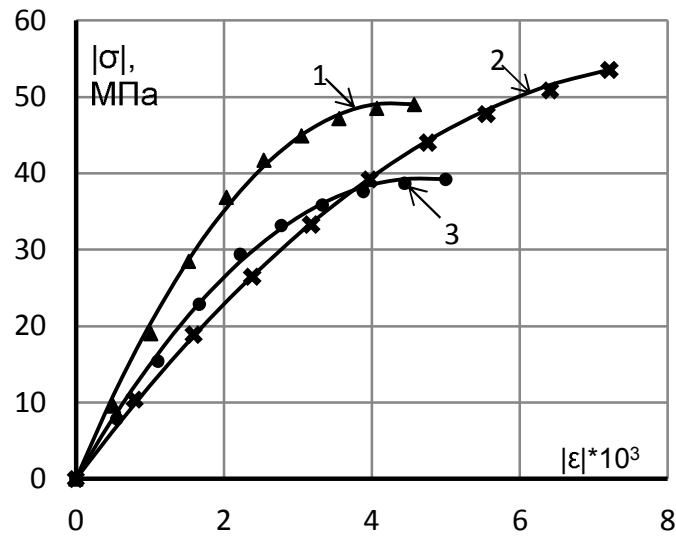


Рис. 4. Квадратная аппроксимация диаграмм сжатия древесины.
1 – сосна, 2 – ясень, 3 – ель. Способ 2

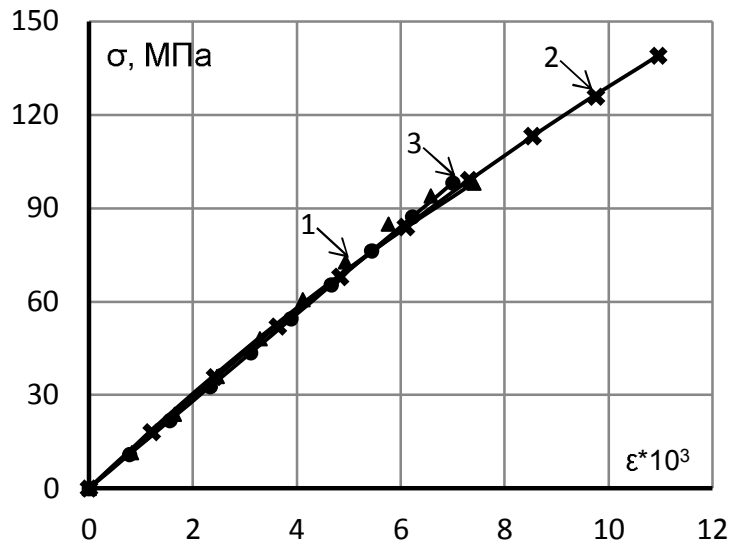


Рис. 5. Квадратная аппроксимация диаграмм растяжения древесины.
1 – сосна, 2 – ясень, 3 – ель. Способ 2

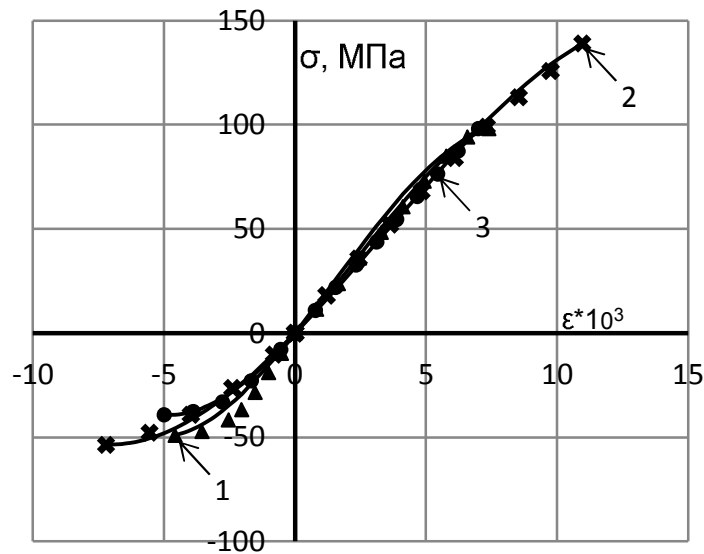


Рис. 6. Кубическая аппроксимация диаграмм деформирования древесины.
1 – сосна, 2 – ясень, 3 – ель. Способ 2

Данные рисунки свидетельствуют об успешной возможности аппроксимации диаграмм деформирования с использованием основных механических характеристик древесины - σ_*^\pm , ε_*^\pm и E^\pm .

Оба выбранных варианта аппроксимации требуют знания предельных продольных деформаций ε_*^\pm . Однако, их сложно найти в литературе. Поэтому можно предложить следующий способ определения ε_*^\pm : ε_*^+ находим с использованием закона Гука, так как при растяжении диаграмма деформирования практически линейна вплоть до разрушения; ε_*^- определяем из формул строки 4 табл. 3, так как данный в ней метод определения E_i^- даёт хорошие совпадения с опытом. В итоге,

при отсутствии опытных данных о ε_*^\pm , можно приближённо принять:

$$\varepsilon_*^+ = \frac{\sigma_*^+}{E_1^+}, \quad \varepsilon_*^- = 2 \frac{\sigma_*^-}{E_1^-}. \quad (4)$$

Вычислим ε_*^\pm по формулам (4) и сравним с предельными деформациями, взятыми из диаграмм деформирования сосны, ясеня и ели. Максимальная разница для сосны составляет 17,0 %, для ясеня – 16,6 % и для ели – 6,2 %.

Используя формулы (4) и данные о σ_*^\pm , E^\pm из [22], вычислим коэффициенты аппроксимации для различных пород древесины – табл. 5. Коэффициенты E_i^\pm определяем по формулам строки 2 табл. 3, а E_j – по формулам строки 1 табл. 4.

Таблица 5.

Характеристики диаграмм деформирования. Способ 2

| № | Характеристики Порода | E_1^+ | E_1^- | E_2^+ | E_2^- | E_3 | E_4 | E_5 | ε_*^+ | ε_*^- | σ_*^+ | σ_*^- |
|----|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|--------------|--------------|
| | | 10^3 МПа | 10^3 МПа | 10^6 МПа | 10^6 МПа | 10^3 МПа | 10^6 МПа | 10^9 МПа | 10^{-3} | 10^{-3} | МПа | МПа |
| 1 | Берёза даурская | 18,4 | 16,1 | 0 | 1,325 | 16,1 | 0,922 | -0,066 | 10,65 | -6,07 | 196 | -48,9 |
| 2 | Граб кавказский | 14,8 | 12,4 | 0 | 0,523 | 12,4 | 0,387 | -0,011 | 8,18 | -11,85 | 121 | -73,5 |
| 3 | Дуб красный | 14,2 | 14,2 | 0 | 0,818 | 14,2 | 0,395 | -0,049 | 8,10 | -8,68 | 115 | -61,6 |
| 4 | Ива ломкая | 11,1 | 11,5 | 0 | 0,808 | 11,1 | 0,408 | -0,048 | 8,42 | -7,11 | 93,5 | -40,9 |
| 5 | Лиственница сибирская | 14,7 | 14,2 | 0 | 0,804 | 14,2 | 0,418 | -0,044 | 8,16 | -8,83 | 120 | -62,7 |
| 6 | Ольха черная | 12,1 | 13,0 | 0 | 0,969 | 12,1 | 0,467 | -0,055 | 8,51 | -6,71 | 103 | -43,6 |
| 7 | Осина | 15,6 | 12,8 | 0 | 0,916 | 12,8 | 0,652 | -0,038 | 8,53 | -6,98 | 133 | -44,7 |
| 8 | Пихта кавказская | 12,7 | 12,7 | 0 | 0,894 | 12,7 | 0,497 | -0,056 | 8,90 | -7,10 | 113 | -45,1 |
| 9 | Тополь сереющий | 9,05 | 10,1 | 0 | 0,630 | 9,05 | 0,293 | -0,026 | 11,38 | -8,02 | 103 | -40,5 |
| 10 | Тополь черный | 12,4 | 13,9 | 0 | 0,992 | 12,4 | 0,436 | -0,049 | 8,95 | -7,01 | 111 | -48,7 |
| 11 | Ясень маньчжурский | 15,8 | 12,6 | 0 | 0,781 | 12,6 | 0,579 | -0,025 | 9,24 | -8,06 | 146 | -50,8 |
| 12 | Ясень обыкновенный | 14,2 | 15,2 | 0 | 1,144 | 14,2 | 0,593 | -0,060 | 9,86 | -6,64 | 140 | -50,5 |

Анализируя данные табл.5 можно выявить следующие особенности диаграмм деформирования древесины:

1. модули упругости древесины при растяжении и сжатии отличаются максимум на 20,2 %, причём для половины пород эта разница лежит в пределах 7 %.

2. Предельные деформации растяжения практически всегда больше предельных деформаций сжатия. Для берёзы даурской ε_*^- больше ε_*^+ в 1,75 раза, а для граба кавказского ε_*^- больше ε_*^+ в 1,45 раза.

3. Предел прочности на растяжение больше предела прочности на сжатие в среднем в 2,5 раза. Для берёзы даурской σ_*^+ больше σ_*^- в 4,0 раза, для граба кавказского σ_*^+ больше σ_*^- в 1,6 раза.

Из табл.5 видно, что модули упругости при растяжении и сжатии в основном не сильно отличаются друг от друга. В работе [6] показано, что можно с небольшой погрешностью принять $E^+ = E^- = E_{и}$. Тогда, используя данные из [21, 22] с учётом (4) можно получить коэффициенты диаграмм деформирования для сотен различных пород древесины по выше описанному алгоритму.

2. Особенности напряжённо-деформированного состояния (НДС) неоднородных деревянных конструкций. В [23, 24] приведён метод определения НДС деревянных конструкций, учитывающий реальные диаграммы деформирования древесины. В [23] используется аппроксимация диаграмм деформирования в виде (1), в [24] – в

виде (2). Здесь, на примере частных расчётов, покажем возможности данного метода, а также особенности деформирования и разрушения неоднородных деревянных конструкций.

Для расчёта возьмём однопролётную балку рис. 7а. На рисунке все размеры даны в миллиметрах.

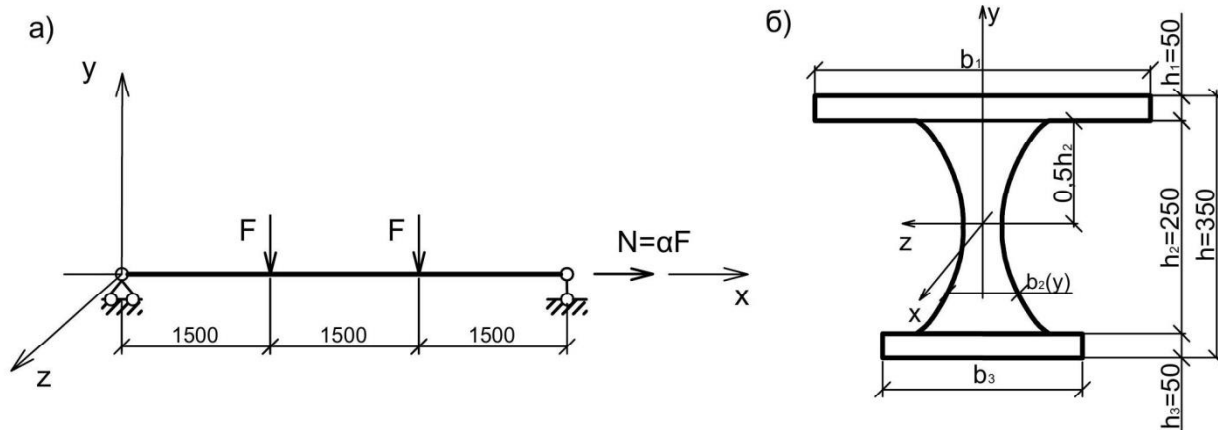


Рис. 7. К расчёту деревянной балки: а) расчётная схема балки; б) поперечное сечение балки

Поперечное сечение балки состоит из трёх слоёв – рис. 7б. Каждый слой может быть выполнен из различных пород древесины. Образующие второго слоя представляют собой квадратные параболы, описываемые выражениями $z(y) = \pm(25 + y^2/625)$ мм. Тогда ширина второго слоя задаётся соотношением $b_2(y) = 50 + 2y^2/625$ мм.

Условие прочности запишем в виде:

$$|\varepsilon_i^\pm|_{max} \leq \varepsilon_{i*}^\pm \quad (i = 1 \dots n_{сл}). \quad (5)$$

где $|\varepsilon_i^\pm|_{max}$ – максимальные по модулю продольные деформации растяжения (+) и сжатия (-) i -го слоя, $n_{сл}$ – количество слоёв. Проверка выполнения условия прочности осуществляется в каждом

слое поперечного сечения для его верхних и нижних границ.

Пример 1. Примем 1 и 3 слоя из лиственницы сибирской, 2 слой из берёзы даурской, коэффициент $\alpha = 1$. Проведём серию расчетов, в которых будем изменять ширину верхнего и нижнего слоёв. Введём дополнительное условие на ширину слоёв: $b_1 + b_3 = 400$ мм. Данное условие позволит сохранять неизменными как объём балки, так и стоимость материалов. При другом распределении пород в слоях стоимость материалов будет изменяться. Загружаем балку, увеличивая величину силы F до тех пор, пока в каком-либо слое не выполнится условие (5) со знаком равенства. Результаты расчётов даны в табл.6.

Таблица 6

Результаты расчёта 1

| № | b_1 [см] | b_3 [см] | F_{max} [кН] | W_{max} [см] | θ_{max} 10^{-2} [рад] | Номер слоя, в котором достигнуты предельные деформации | Характер начала разрушения: растяжение (+), сжатие (-) | Степень нагружения нижних волокон, [%] |
|---|---------------|---------------|-------------------|-------------------|--------------------------------------|--|--|--|
| 1 | 100 | 300 | 122 | 6,7 | 4,5 | 2 | - | 45,0 |
| 2 | 150 | 250 | 148 | 7,3 | 5,0 | 2 | - | 56,3 |
| 3 | 200 | 200 | 173 | 8,2 | 5,6 | 2 | - | 71,2 |
| 4 | 250 | 150 | 194 | 9,2 | 6,3 | 2 | - | 90,0 |
| 5 | 300 | 100 | 190 | 9,0 | 6,2 | 3 | - | 100,0 |

В столбце 4 приведена величина предельно допустимой нагрузки F_{max} . В столбцах 5 и 6 максимальное значение прогиба и угла поворота при $F = F_{max}$. Степень нагружения крайних нижних волокон (столбец 9) равна $max(\varepsilon(x, -0.5h))/\varepsilon_{3*}^+$.

Сильная степень разносопротивляемости древесины привела к тому, что наибольшая несущая способность достигается для несимметрич-

ного сечения. Также во всех случаях кроме последнего предельные деформации достигались во внутреннем слое сечения.

Пример 2. Расчётную схему балки и форму поперечного сечения возьмём из первого расчёта – рис.7. Примем $b_1 = b_3 = 150$ мм, $\alpha = 0$. Проведём несколько расчётов с неизменной геометрией сечения, но с разными породами слоёв. В первом расчёте (строка 1 табл.6) все слои выполним из граба кавказского. Во втором -

в 1 слой поместим породу лучше всего сопротивляющуюся сжатию, а в 3 слой – лучше всего сопротивляющуюся растяжению. В третьем расчёте поменяем породы 1 и 3 слоёв из второго расчёта местами. В четвёртом расчёте 1 слой выполним из породы хуже всего работающей на сжатие, а в 3 слой – из породы хуже всего работающей на растяжение. В пятом расчёте поменяем породы 1 и 3 слоёв из четвёртого расчёта местами. Для каждого из расчётов 2–5 средний слой будем выполнять в двух вариантах: из древесины с низкой прочностью и малым значением E_1 –

расчёты 2–5, и из древесины с высокой прочностью и большим значением коэффициента E_1 – расчёты 6–9. Загружаем балку до тех пор, пока в каком-либо слое не выполнится условие (5) со знаком равенства. Результаты расчётов даны в табл. 7.

Все породы берём из табл. 5. Во втором столбце табл. 7 дано распределение пород по слоям в соответствии с нумерацией табл. 5. Так шифр 291 означает, что первый слой сделан из граба кавказского, второй – из тополя сереющего и третий – из берёзы даурской.

Таблица 7

Результаты расчёта 2

| № | Распределение пород | F_{max} [кН] | w_{max} [см] | θ_{max} 10^{-2} [рад] | Номер слоя, в котором достигнуты предельные деформации | Характер начала разрушения: растяжение (+), сжатие (-) | Степень нагружения нижних волокон, [%] |
|---|---------------------|----------------|----------------|--------------------------------|--|--|--|
| 1 | 222 | 173 | 11,8 | 8,1 | 3 | + | 100 |
| 2 | 291 | 151 | 9,9 | 6,7 | 2 | - | 58,7 |
| 3 | 192 | 98 | 6,5 | 4,4 | 1 | - | 59,3 |
| 4 | 994 | 93 | 8,1 | 5,5 | 1 | - | 66,3 |
| 5 | 499 | 89 | 7,7 | 5,3 | 1 | - | 51,1 |
| 6 | 211 | 145 | 8,1 | 5,5 | 2 | - | 50,5 |
| 7 | 112 | 111 | 6,5 | 4,4 | 1 | - | 59,6 |
| 8 | 914 | 106 | 8,0 | 5,5 | 2 | - | 66,4 |
| 9 | 419 | 102 | 7,7 | 5,2 | 1 | - | 50,1 |

Анализируя данные табл. 7 можно выделить следующие особенности деформирования и разрушения неоднородных деревянных конструкций:

1. В зависимости от распределения пород слоёв разрушение может начинаться как на внешней поверхности балки, так и во внутренних слоях. Иначе говоря, в слоистых конструкциях могут возникать скрытые механизмы разрушения.

2. Предельные деформации могут достигаться как в сжатых, так и в растянутых волокнах. При этом резко меняется характер разрушения [1, 6]: достижение предельных деформаций в области сжатия обычно приводит к образованию складок, при этом конструкция сохраняет несущую способность; достижение предельных деформаций в области растяжения приводит к резкому разрушению конструкции.

3. Перераспределение пород значительно влияет на несущую способность и деформативность балки. Величина F_{max} изменяется от 89 до 173 кН, w_{max} – от 6,5 до 11,8 см и θ_{max} от $4,4 \cdot 10^{-2}$ до $8,1 \cdot 10^{-2}$ рад. Простая перестановка пород во внешних слоях (строки 2,3 табл. 7) привела к снижению несущей способности в 1,54 раза.

4. Из сравнения расчётов с одинаковыми породами внешних слоёв и разными породами

среднего слоя видно, что характеристики среднего слоя не сильно сказываются на несущей способности балки. Максимальное снижение F_{max} составило 1,15 раза. При этом площадь поперечного сечения среднего слоя в 2,23 раза больше площади наружного слоя.

5. Практически во всех расчётах предельные деформации достигались в сжатой зоне. При этом максимальные деформации растяжения составляли (50,1–66,4) % от предельных значений. Что является следствием сильной разносопротивляемости древесины.

Заключение. Как видно из опытных диаграмм деформирования, древесина является сильно физически нелинейным материалом. Графики деформирования при растяжении и сжатии существенно различаются. Поэтому важно учитывать данные особенности в расчёте и проектировании деревянных конструкций. Предложенная в работе аппроксимация диаграмм деформирования многочленами 2-ой и 3-ей степени хорошо согласуется с экспериментальными данными, что подтверждено расчётами.

На примере расчёта неоднородных (слоистых) деревянных конструкций показана возможность изменения характера начала разрушения, а также возникновения скрытых форм разрушения при перестановке пород слоёв. Вари-

рование породы древесины и формы слоёв приводит к значительному изменению несущей способности и деформативности конструкции.

Используемый в работе метод моделирования диаграмм деформирования различных пород древесины, применим и для бетона и железобетона [25]. В свою очередь, такое единообразное описание законов деформирования различных материалов позволило создать эффективную методику расчёта стержневых деревобетонных конструкций [26].

**Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 15-01-00825.*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Арленинов Д.К., Буслаев Ю.Н., Игнатъев В.П., Романов П.Г., Чахов Д.К. Конструкции из дерева и пластмасс. М.: Издательство АСВ, 2002. 280 с.
2. Шмидт А.Б., Дмитриев П.А. Атлас строительных конструкций из клееной древесины и водостойкой фанеры. М.: Издательство АСВ, 2002. 292 с.
3. Porteous J., Kermani A. Structural timber design to Eurocode 5. John Wiley & Sons, 2013. 640 p.
4. Pischl R., Schickhofer G. The Mur River wooden bridge, Austria // Structural Engineering International. 1993. Vol. 3. №. 4. Pp. 217–219.
5. Poirier E. Design and construction of a 53-meter-tall timber building at the university of British Columbia // Proceedings of WCTE. 2016.
6. Коченов В.М. Несущая способность элементов и соединений деревянных конструкций. М.: Гос. изд. лит. по строительству и архитектуре, 1953. 320 с.
7. СП 64.13330.2011 Деревянные конструкции.
8. Ржаницын А.Р. Изгиб и сложное сопротивление прямоугольного сечения стержня при произвольной диаграмме работы материала // Расчёт тонкостенных пространственных конструкций: сборник статей под ред. А.Р. Ржаницына. М.: 1964. С. 7–22.
9. Геммерлинг А.В. Расчет стержневых систем. М.: Стройиздат, 1974. 208 с.
10. Лукаш П.А. Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978. 204 с.
11. Шапиро Д.М., Агарков А.В., Мельничук Н.Н., Чан Тхи Тхюи Ван Нелинейные методы расчёта в современном проектировании // Научный журнал строительства и архитектуры. 2009. №3. С. 85-94.
12. Owen D.R., Hinton E. Finite elements in plasticity: Theory and Practice. Swansea, U.K.: John Wiley & Sons, 2013. 640 p.
13. McGuire W., Gallagher R. H., Ziemian R. D. Matrix structural analysis, 2014. 460 p.
14. ГСССД 69-84. Древесина. Показатели физико-механических свойств малых чистых образцов. Издание Госстандарта СССР. 1984.
15. Немировский Ю.В. Расчёт и рациональное проектирование деревянных стержневых элементов // Современные проблемы совершенствования и развития конструкций в строительстве и транспорте: сборник научных трудов III Междунар. научно-технич. конференции. Самара: Изд-во СамГАСУ, 2005. С. 247–251.
16. Немировский Ю.В. Метод расчёта композитных стержневых систем из разномодульных материалов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: материалы V Всероссийской научной конференции. Томск: Изд-во ТГУ, 2006. С.288-290.
17. Исследование прочности и деформативности древесины. Сборник статей. Под ред. д-ра техн. наук проф. Г.Г. Карлсена. М.: Госстройиздат, 1956. 172 с.
18. Немировский Ю.В., Гребенюк Г.И., Ажермачёв А.В. Расчёт ребристых деревянных конструкций с учетом эффектов разномодульности и нелинейности сопротивления // Известия вузов. Строительство. 2007. №3. С. 4–12.
19. Квасников Е.Н. Вопросы длительного сопротивления древесины. Л.: Стройиздат, 1972. 96 с.
20. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. Кн.1. М.: Финансы и статистика, 1986. 366 с.
21. Волынский В. Н. Взаимосвязь и изменчивость физико-механических свойств древесины. Архангельск: Издательство АГТУ, 2000. 196 с.
22. Боровиков А. М., Уголев Б.Н. Справочник по древесине. М.: Лесная промышленность, 1989. 296 с.
23. Немировский Ю.В., Болтаев А.И. Метод расчёта деревянных стропильных покрытий зданий. Сообщение 1: Моделирование и общие закономерности // Известия вузов. Строительство. 2014. №3. С. 5–13.
24. Немировский Ю.В., Болтаев А.И. Особенности деформирования и разрушения деревянных клееных многопролётных балок. Сообщение 1 // Известия вузов. Строительство. 2016. №6. С. 116–126.
25. Немировский Ю.В. Диаграммы деформирования бетонов и железобетонов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. №6. С. 125–129.
26. Немировский Ю.В. Особенности расчёта деревожелезобетонного балочного моста // Вестник СибАДИ. 2016. №5. С. 114–124.

Информация об авторах

Немировский Юрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории физики быстро протекающих процессов.

E-mail: lab4nemir@rambler.ru

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН.
Россия, 630090, Новосибирск, ул. Институтская, д. 4/1.

Болтаев Артем Иванович, аспирант.

E-mail: boltaev_artem@mail.ru

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН.
Россия, 630090, Новосибирск, ул. Институтская, д. 4/1.

Поступила в сентябре 2017 г.

© Немировский Ю.В., Болтаев А.И., 2017

Nemirovsky Yu.V., Boltaev A.I.

INFLUENCE OF THE FORM AND LAYOUT OF LAYERS ON THE STRESSED-DEFORMED STATE OF HYBRID WOODEN BEAMS

An analytical approximation of the experimental tension-compression diagrams of wood along the fibers in the form of polynomials of the second and third degree is proposed. The coefficients of the approximating functions are determined in two ways: using the least squares method, using the experimental deformation diagrams; by imposing certain requirements on the diagrams, using the basic mechanical characteristics of the wood (maximum stresses and deformations, modulus of elasticity). Numerical values of the approximation coefficients for 15 different types of wood are given. The examples of calculation of heterogeneously-layered wooden structures resulted in the work showed the peculiarities of the work of such a strongly physically nonlinear and variously resisting material as wood. Variation of the wood species and the shape of the layers leads to a significant change in the bearing capacity and deformation of the structure. The possibility of changing the nature of the onset of fracture, as well as the appearance of latent forms of fracture when the materials of the layers are changed, is shown. The method developed in the article for the calculation of hybrid rod-shaped wooden structures offers great opportunities for solving optimization problems in the design, and allows rational use of various types of wood.

Keywords: *diagrams of deformation, layered constructions, wooden constructions, physical nonlinearity, different resistance, compression, stretching.*

Information about the author

Nemirovsky Yuriy Vladimirovich, DSc, Professor.

E-mail: lab4nemir@rambler.ru

Khristianovich Institute of theoretical and applied mechanics the Siberian Branch of Russian Academy of Science
Russia, 630090, Novosibirsk, st. Institutskaya, 4/1

Boltaev Artem Ivanovich, Research assistant

E-mail: boltaev_artem@mail.ru

Khristianovich Institute of theoretical and applied mechanics the Siberian Branch of Russian Academy of Science
Russia, 630090, Novosibirsk, st. Institutskaya, 4/1

Received in September 2017

© Nemirovsky Yu.V., Boltaev A.I., 2017