

Ходаков И.В., аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ НА ВХОДЕ В МНОГОУГОЛЬНОЕ ВСАСЫВАЮЩЕЕ ОТВЕРСТИЕ\*

ivh89@bk.ru

Приведены результаты математического моделирования осесимметричных и пространственных отрывных течений в спектрах действия круглых и квадратных вытяжных каналов с использованием кольцевых и многоугольных дискретных вихревых особенностей. Определяются поля скоростей воздуха во всасывающих факелах и отрывные поверхности тока. Обсуждаются различные подходы использования дискретных вихрей для моделирования течений вблизи всасывающих каналов.

**Ключевые слова:** моделирование, отрывные потоки, всасывающий патрубок, дискретные вихри.

### Введение

Исследование отрывных течений является одной из фундаментальных и наиболее сложных проблем гидроаэромеханики. Истечению турбулентных струй посвящены десятки тысяч научных трудов, всасывающим факелам – значительно меньше. Учет отрыва потока на входе во всасывающие каналы приближает расчетные величины к данным эксперимента [1, 2]. Найденные очертания вихревых областей позволяют разрабатывать рекомендации о профилировании входных кромок патрубка и снижении его аэродинамического сопротивления [1, 3–7, 8]. Для численных исследований отрывных течений хорошо зарекомендовал себя метод дискретных вихрей [2, 6, 7, 9, 10]. В работах [11–13] использовалась стационарная, а в трудах [3–7, 9, 14, 15] нестационарная постановка задачи для расчета отрывных течений на входе в щелевидные и круглые всасывающие каналы. В этих работах в качестве дискретных вихревых особенностей использовались бесконечно тонкие прямолинейные вихревые шнуры и кольцевые

вихри. В данной работе для построения дискретной модели к этим вихревым элементам добавляются многоугольные вихревые рамки, что позволит перейти к решению трехмерных задач о всасывающих факелах с учетом отрыва потока. Далее приведены решения задач моделирования отрыва потока на входе в круглый и квадратный всасывающие патрубки в неограниченном пространстве.

### Моделирование отрыва потока на входе в круглый всасывающий патрубок

Для расчета отрывного течения на входе в круглый всасывающий канал использовалась осесимметричная стационарная и нестационарная постановки задачи, а также квазисимметричная, где использовались вихревые многоугольные рамки, что усложняет расчеты, но дает возможность решать трехмерные задачи.

Влияние на произвольную точку  $x(x_1, x_2, x_3)$   $k$ -й вихревой  $n$ -угольной рамки единичной интенсивности (рисунок 1а) определяется из выражения:

$$G(x, k) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{[(r_{i+1}^k - r_i^k) \times r_i^k]}{|r_{i+1}^k - r_i^k|^2 |r_i^k|^2 - ((r_{i+1}^k - r_i^k) \cdot r_i^k)^2} \left( -\frac{(r_{i+1}^k - r_i^k) \cdot r_{i+1}^k}{|r_{i+1}^k|} + \frac{(r_{i+1}^k - r_i^k) \cdot r_i^k}{|r_i^k|} \right) \quad (1)$$

где  $r_i^k = \{A_{1i}^k - x_1, A_{2i}^k - x_2, A_{3i}^k - x_3\}$ ,  $A_i^k (A_{1i}^k, A_{2i}^k, A_{3i}^k)$  –  $i$ -вершина  $k$ -й многоугольной рамки.

Тогда, индуцированная рамкой интенсивности  $\Gamma(k)$ , скорость  $v$  в точке  $x$  вдоль направления  $n$  вычисляется с помощью скалярного произведения:

$$v_n(x) = (G(x, k) \cdot n) \Gamma(k) \quad (2)$$

Далее будем обозначать

$$G^{pk} = (G(x^p, k) \cdot n) \quad (3)$$

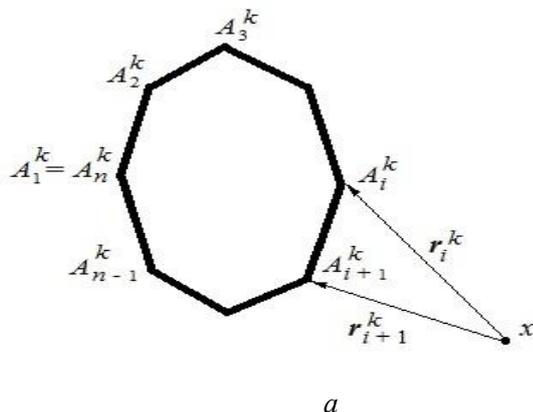
где, как и прежде  $x^p$  –  $p$ -я контрольная точка. Контрольные точки располагаются посередине между многоугольными вихревыми рамками, по поверхности трубы или в центре треугольных и четырехугольных вихревых рамок, расположенных в активном сечении трубы (рис. 1, б).

Заметим, что по всей рамке интенсивность  $\Gamma$  неизменна во всех точках вихревого многоугольника.

В момент времени  $t = m \cdot \Delta t$  система для определения неизвестных интенсивностей присоединенных вихревых рамок имеет следующий вид:

$$\sum_{k=1}^N G^{pk} \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m G^{p\tau} \gamma^\tau = v^p, \quad (4)$$

а скорость в данный момент времени во внутренней точке  $x$  вдоль заданного направления  $n$  определяется путем



суммирования на данную точку всех присоединенных и свободных рамок:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N G^k \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m G^\tau \gamma^\tau, \quad (5)$$

где  $G^k$  – функция влияния на т.  $x$   $k$ -й вихревой рамки,  $\Gamma^k$  – ее циркуляция,  $G^\tau$  – функция влияния на точку  $x$  вихревой рамки сошедшей с острой кромки в момент времени  $\tau$ .

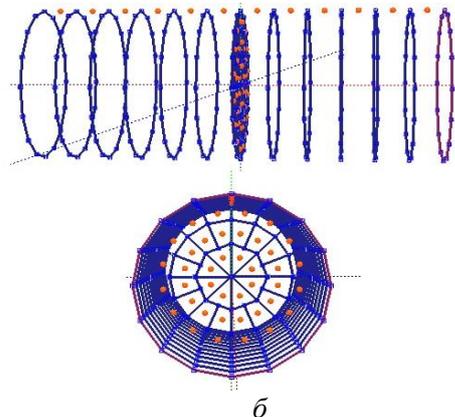


Рис. 1. Вихревые многоугольные рамки:

*a* – влияние на точку  $x$   $k$ -й вихревой  $n$ -угольной рамки; *б* – дискретная модель

В следующий момент времени происходит сход новых вихрей, старые сдвигаются по направлению потока, определяются неизвестные циркуляции присоединенных вихрей путем

решения системы (4) и т.д., пока не достигается заданная цель.

Новое положение вершины свободной рамки определяется из формулы

$$x' = x + v_x \cdot \Delta t, \quad y' = y + v_y \cdot \Delta t, \quad z' = z + v_z \cdot \Delta t \quad (6)$$

где  $(x, y, z)$  – координаты ее предыдущего положения,  $\{v_x, v_y, v_z\}$  – составляющие вектора скорости в этой точке (находятся с использованием формул (1), (5) вдоль направлений  $\vec{n} = \{1, 0, 0\}$ ,  $\vec{n} = \{0, 1, 0\}$ ,  $\vec{n} = \{0, 0, 1\}$  соответственно).

структура течения коррелируется с расчетами А.В. Дворак и Н.В. Хлапова.

Для проверки адекватности и достоверности рассмотренных моделей был произведен расчет осевой скорости в зависимости от расстояния до входа во всасывающее отверстие (рис. 2). Сравнение производилось с экспериментальными данными Alden J.L. [16] и расчетами по эмпирической формуле В.Н. Посохина [8].

Если некоторая точка расположена по отношению к данной вихревой рамке на расстоянии меньшем радиуса дискретности, то влияние этой вихревой рамки на данную точку не учитывается.

Удаленность  $x$  обезразмеривалась путем деления на радиус трубы; скорость делилась на среднюю скорость во всасывающем канале.

В каждый момент времени в поток будет сходиться многоугольная вихревая рамка с интенсивностью, равной интенсивности многоугольной вихревой рамки, лежащей на срезе приточного отверстия. Циркуляция этой вихревой свободной рамки с течением времени уже изменяться не будет. Изменяется лишь ее положение.

Во всех моделях радиус трубы 0.2 м; длина трубы 2 м; расстояние между соседними присоединенными вихрями равнялось 0.01 м; шаг дискретности 0.005 м. Практически полное совпадение с экспериментальными данными демонстрируют расчеты, выполненные в рамках стационарной модели (кривая 5 на рис. 2). Эта же модель с высокой точностью позволяет определить коэффициент сжатия струи и коэффициент местного сопротивления входа в трубу по формуле  $\zeta = (1 - 1/(\delta_\infty / R))^2$ . Расчетное значение величины к.м.с.  $\zeta \approx 1.08$  и

Разработанная программа позволяет и обратить течение, то есть исследовать течение приточной турбулентной струи. В этом случае

отличается от экспериментального  $\zeta = 1$  на 8 %. Эта особенность модели позволяет исследовать

влияние различных экранов и профилей на величину  $\zeta$  [17].

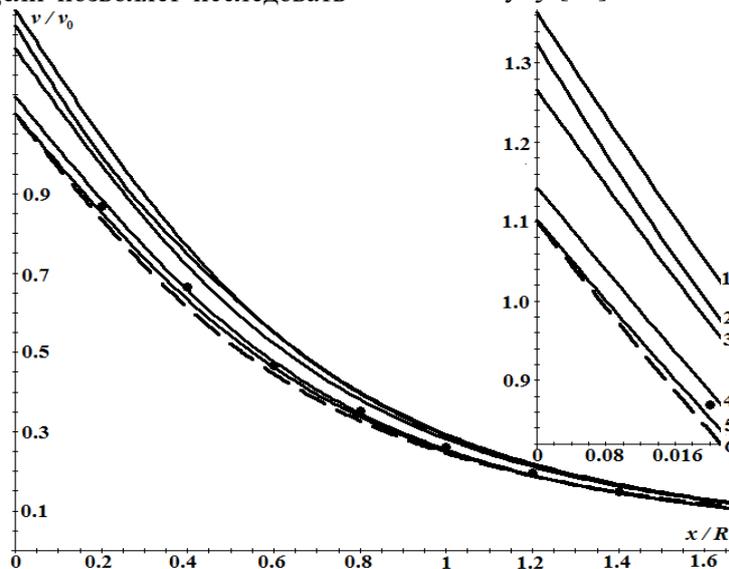


Рис. 2. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входа в круглую трубу: 1 – осесимметричная задача в нестационарной постановке при  $\Delta t = 0,005$ ; 2 – квазиосесимметричная задача в нестационарной постановке при  $\Delta t = 0,005$ ; 3 – осесимметричная задача в нестационарной постановке при  $\Delta t = 0,01$ ; 4 – квазиосесимметричная задача в нестационарной постановке при  $\Delta t = 0,01$ ; 5 – осесимметричная задача в стационарной постановке; 6 – экспериментальная кривая В.Н. Посохина; черные кружочки – экспериментальные данные J.L. Alden и J.M. Kane

Несколько завышенные величины скорости дают расчеты в рамках нестационарных моделей (кривые 1 – 4 рис. 2). Все же ближе к эксперименту результаты решения задачи в квазиосесимметричной постановке кривые 2, 4). Вихревая структура течения при этом имеет подобную структуру, что и для осесимметричной задачи в нестационарной постановке: вблизи стенок трубы образуется возвратная область течения, что не улавливает стационарная модель.

Коэффициент сжатия всасываемой струи и, соответственно, к.м.с. в рамках нестационарных моделей определить затруднительно. Поскольку форма поверхности тока, сходящей с острой

кромки трубы, пульсирует во времени. Но даже и при усреднении величины  $\delta_\infty$  значение к.м.с. превышает экспериментальное более чем на 50 %.

**Моделирование отрыва потока на входе в квадратное всасывающее отверстие**

При помощи разработанной компьютерной программы впервые решена задача математического моделирования отрыва потока на входе в квадратный всасывающий канал (рис. 3) с острыми кромками, расположенный в неограниченном пространстве, с использованием квадратных вихревых рамок.

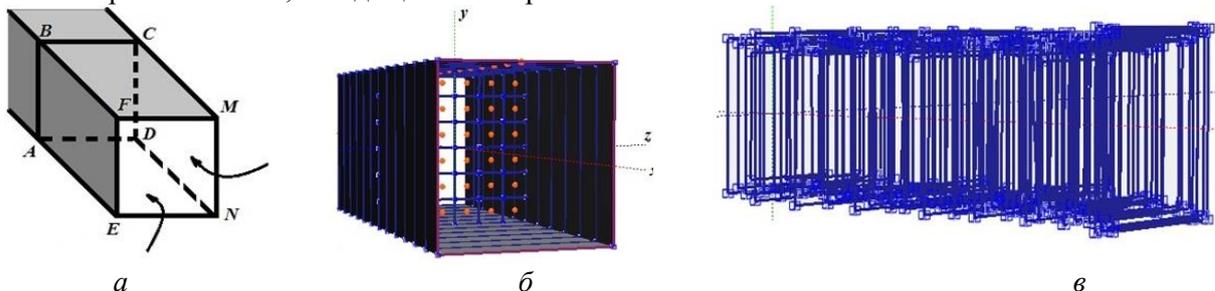


Рис. 3. Квадратный патрубок в неограниченном пространстве: а – схема течения; б – дискретная модель; в – свободные квадратные вихревые рамки, полностью заполнившие область течения внутри трубы

Стенки трубы дискретизируются на квадратные вихревые рамки (присоединенные вихри) и расчетные точки, где выполняются граничные условия непроницаемости для

нормальной составляющей скорости. Эти точки расположены на стенке трубы посередине между вихревыми рамками. Всасывающее сечение тоже разбивается на квадратные вихревые

рамки, в центре каждой из которых содержится расчетная точка, где нормальная составляющая скорости равна скорости всасывания  $v_0$ .

$$x = 1.72(|y|-1)^2 - 2.88(|y|-1) + 0.82 + 0.76 \ln(|y|-0.66). \quad (7)$$

Здесь показаны линии тока в плоскости, проходящей через ось отсоса и через середины противоположных сторон. Ось  $OX$  направлена по оси отсоса; оси  $OY$ ,  $OZ$  - через середины противоположных сторон. Все размеры отнесены к полустороне  $a$  квадрата. Понятно,

$$\begin{aligned} (z \leq y \cap z \geq -y) \cup (z \geq y \cap z \leq -y) &\Rightarrow x = 1.72(|z|-1)^2 - 2.88(|z|-1) + 0.82 + 0.76 \ln(|z|-0.66); \\ (z \geq y \cap z \geq -y) \cup (z \leq y \cap z \leq -y) &\Rightarrow x = 1.72(|y|-1)^2 - 2.88(|y|-1) + 0.82 + 0.76 \ln(|y|-0.66) \end{aligned} \quad (8)$$

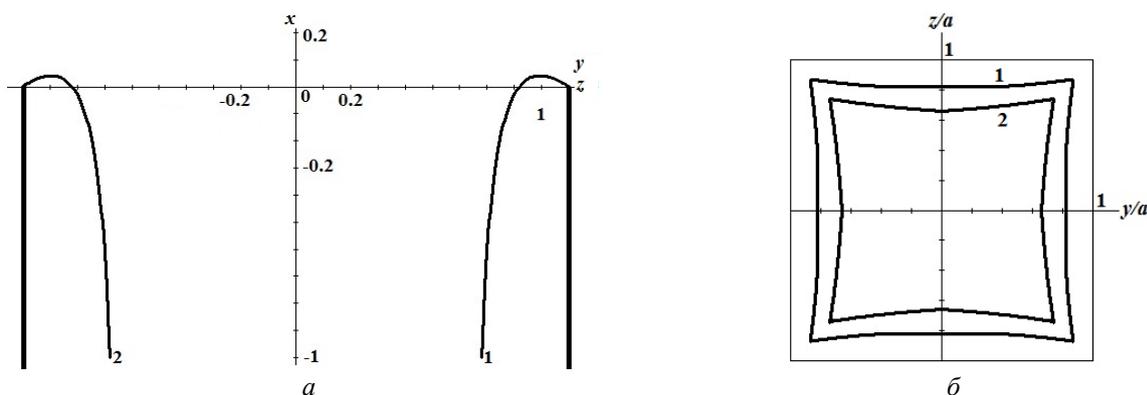


Рис. 4.  $a$  – линии тока, построенные по формуле (6);  $b$  – граница всасывающего сечения: кривая 1 – на входе в квадратную трубу; 2 – в сечении, заглубленном на расстояние  $\approx 0.8a$

Заметим, что в этих формулах полагалось, что сжатое сечение имеет квадратную форму. Эта форма несколько нарушается при приближении к углам сечения (рис. 4, б).

Площадь всасывающего сечения равна  $\approx 0.699 a^2$ , что на  $\approx 4\%$  больше, чем если считать его квадратным с площадью равной  $\approx 0.672 a^2$ . Площадь эффективного всасывания в сечении, заглубленном на расстояние  $\approx 0.8a$  от входа в трубу, составляет  $0.50675 a^2$ . Если посчитать к.м.с. по формуле Борда, то  $\zeta \approx 0.95$ , что коррелируется с данными практики, где принято считать этот коэффициент равным 1.

#### Выводы

Разработаны методы математического моделирования и их программно-алгоритмическая поддержка для расчета осесимметричных и пространственных отрывных течений в спектрах действия вытяжных каналов. Использование стационарных дискретных вихрей позволяет с достаточной точностью определять поле скоростей, границы отрыва потока и коэффициент местного сопротивления на входе во всасывающее отверстие. Моделирование нестационарных течений при помощи

Для линий тока в системе координат, показанной на рис. 4,  $a$ , предлагаются следующие формулы расчета:

что если в формуле (7) поменять  $y$  на  $z$  получим линии тока в плоскости  $XOZ$ .

Отрывную поверхность тока в правой системе координат  $XYZ$  (рис. 4,  $a$ ) можно определить из следующих уравнений:

кольцевых вихревых особенностей позволяет исследовать вихревые течения в застойных областях и определять пульсации скорости. Использование вихревых многоугольников дает дополнительную возможность исследования пространственных течений в областях с приточными и вытяжными каналами, выявлять закономерности взаимодействия приточных и вытяжных струйных течений.

В рамках идеологии метода дискретных вихрей в нестационарной квазисимметричной постановке построена математическая модель отрывного течения на входе в квадратный всасывающий патрубок и ее программно-алгоритмическая реализация. Определены поле скоростей на входе во всасывающий канал и линия отрыва потока. Предложены аналитические формулы для определения поверхности отрыва.

*\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №14-41-08005p\_офи\_м)*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Посохин В.Н., Катков М.В. Экспериментальное изучение вихревых зон в

потоках вблизи всасывающих щелевых отверстий // Известия вузов. Авиационная техника. 2001. №1. С. 61–63.

2. Логачев К.И., Пузанок А.И., Селиванова Е.В. Численный расчет течения вблизи экранированного отсоса-раструба // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2005. №6. С. 53–58.

3. Посохин В.Н., Салимов Н.Б., Логачев К.И., Живов А.М. К расчету течения вблизи щелевидного отсоса-раструба // Известия вузов. Строительство. 2002. Сообщение 1. №8. С.70-76;

4. Посохин В.Н., Салимов Н.Б., Логачев К.И., Живов А.М. К расчету течения вблизи щелевидного отсоса-раструба // Известия вузов. Строительство. 2002. Сообщение 2. №9. С. 80–85;

5. Посохин В.Н., Салимов Н.Б., Логачев К.И., Живов А.М. К расчету течения вблизи щелевидного отсоса-раструба // Известия вузов. Строительство. 2002. Сообщение 3. №10. С.81–85.

6. Логачев К.И., Пузанок А.И., Посохин В.Н. Расчет течений на входе в отсосы-раструбы методом дискретных вихрей // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2004. №7–8. С. 61–69.

7. Логачев К.И., Посохин В.Н. Расчет течения вблизи круглого всасывающего патрубка // Изв. вузов. Авиационная техника. 2004. №1. С. 29–32.

8. Посохин В.Н. Расчет местных отсосов от тепло- и газовыделяющего оборудования. М.: Машиностроение, 1984. 160 с.

9. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. М.:Физматлит, 1995. 368с.

10. Аверкова О.А. Экспериментальное исследование отрывных течений на входе во всасывающие отверстия // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2012. № 1. С. 158–160.

11. Гоман О.Г., Карплюк В.И., Ништ М.И. и др. Численное моделирование осесимметричных отрывных течений несжимаемой жидкости. М.: Машиностроение, 1993. 288 с.

12. Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И. Отрывные течения в спектрах вытяжных каналов. Москва-Ижевск: ИКИ, 2012. 288с.

13. Аверкова О.А., Логачев И.Н., Логачев К.И. Моделирование потенциальных течений с неизвестными границами на основе стационарных дискретных вихрей // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т.12. №2. С. 213–219.

14. Сабельников В.А., Смирных Е.А. Численный расчет турбулентного течения на начальном участке плоского канала с острыми кромками методом дискретных вихрей // Ученые записки ЦАГИ. 1985. Т.ХVI. С. 59–64.

15. Логачев К.И., Посохин В.Н., Пузанок А.И. Геометрические характеристики течений на входе в отсосы, выполненные в виде зонтов // Инженерные системы. АВОК Северо-Запад. № 1(17). 2005. С. 12–14.

16. Alden J.L., Kane J.M. Design of Industrial Ventilation Systems. N.Y. Industrial Press, 1982. 280 p.

17. Аверкова О.А., Логачев А.К., Логачев И.Н., Логачев К.И. Закономерности отрывного течения при входе в выступающий канал с экранами // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т.44 №2. С. 33–49.

---

**Khodakov I.V.**

#### **MODELING OF DETACHED FLOW AT THE ENTRY POLYGONAL SUCTION HOLE**

*The results of mathematical modeling of axisymmetric and three-dimensional detached flow in the range of actions round and square exhaust ducts with using circular and polygonal discrete vortex features. Field of air speed in the suction flares and detached surface current are determined. Various approaches of using discrete curls for modeling flows near the suction channels.*

**Key words:** modeling, detached flows, inlet duct, discrete curls.

---

**Ходаков Илья Владимирович**, ассистент кафедры высшей математики, аспирант.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.

E-mail: ivh89@bk.ru