

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-4-79-90

**Качаев А.Е.**

Коломенский институт (филиал) Московского политехнического университета

E-mail: doctor\_cement@mail.ru

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИХРЕВОГО ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА В ДЕЗИНТЕГРАТОРНОЙ МЕЛЬНИЦЕ

**Аннотация.** На современном уровне автоматизации технологических процессов важную роль играют математические модели и результаты их численного расчета. Разработка математических моделей для определения конструктивно-технологических или энергосиловых параметров работы помольного оборудования позволяет получать численную информацию о рациональных режимах его работы. В настоящем исследовании получены численные результаты расчета математической модели вихревого движения двухфазного потока для второй стадии измельчения в зависимости от свойств измельчаемого материала ( $\rho_p$ ) и текущего радиуса  $R_k$  помольной камеры агрегата. Представлена методика численного определения скоростных характеристик режимов работы агрегата для материалов с различными физико-механическими свойствами. В работе с помощью анализа графиков искомым функций математической модели вихревого движения двухфазного потока представлены поля скоростей в виде эюр радиальной, окружной (тангенциальной) и осевой компонент скорости, которая характеризует напряженность динамики потока внутри оригинальной конструкции помольной камеры мельницы. В процессе математического моделирования установлено, что радиальная и окружная (тангенциальная) составляющие скоростей двухфазного потока на текущих радиусах в диапазоне  $R_k = 0,1-0,2$  м достигают своих максимальных значений, как для твердых частиц измельчаемого материала, так и для энергоносителя (несущей фазы) – воздуха. Определено, что для окружной составляющей скорости двухфазного потока в вихре при  $R_k = 0,3$  м наблюдается ее максимум как для твердых частиц, так и для несущей фазы –  $u_p = u_0 = 112,1$  м/с.

**Ключевые слова:** дезинтегратор, двухфазный поток, частица, радиальная скорость, окружная скорость, динамика потока.

**Введение.** Наиболее энергоемким технологическим процессом при производстве широкого спектра строительных материалов (сухие строительные смеси, сухие огнезащитные краски, цемент, порошкообразные поверхностно-активные вещества и др.) является измельчение. Именно измельчение сырьевых компонентов, твердых полуфабрикатов и техногенных отходов различных отраслей промышленности является неотъемлемой частью многих технологических процессов [1].

Для повышения эффективности технологии измельчения материалов в существующем помольном оборудовании на предприятиях страны необходимо использовать оптимальные режимы его работы. Это может быть реализовано не только с помощью экспериментальных исследований конструктивно-технологических и энергосиловых параметров оборудования, но и за счет формирования математических моделей технологических процессов, которые позволяют наиболее полно и эффективно управлять агрегатами подобного рода [2, 3]. Причем математические модели могут носить как комплексный, так и дискретный характер.

Разнообразие современных исследований в области оборудования для помола позволяет

сравнивать их характеристики в зависимости от конструктивных и технологических параметров, оценивать их металлоемкость и энергоэффективность. Только после этого представляется возможным делать выбор в пользу того или иного вида измельчителя при его максимально возможной производительности по готовому продукту. Научные исследования [4–6] помогают математически описывать все технологические процессы внутри различных конструкций мельниц, способствуют максимальному использованию возможностей этих помольных агрегатов при измельчении различных материалов.

Конструктивные особенности мельниц роторно-центробежного типа на основе подхода к моделированию движения двухфазных потоков внутри них создают новые комплексные технологические приемы, которые позволяют получать дисперсные порошкообразные материалы с высокой удельной поверхностью [4]. В поле центробежных сил с помощью комбинирования различных видов механического воздействия на измельчаемый материал разработчики современного помольного оборудования совершенствуют конструкции измельчителей, предлагают научные основы их расчета и проектирования, пред-

ставляют результаты поисковых и промышленных испытаний помольных агрегатов [5, 6].

Дезинтеграторные технологии постоянно совершенствуются [7]. На смену морально и физически устаревшему оборудованию приходят мельницы с комплексным воздействием на измельчаемый материал [8]. Сочетание внутри помольной камеры агрегата нескольких способов механического разрушения (например, удара и истиранием, удара со сдвигом) измельчаемого сырья позволяет достигать высоких удельных поверхностей при производстве дисперсных порошкообразных материалов [9]. В конструкциях таких агрегатов получают дисперсные материалы с заданным гранулометрическим составом, при этом технологические возможности самих измельчителей могут быть весьма универсальными и широкими [10].

Многими учеными [11–14] разработаны математические модели движения двухфазных потоков внутри помольных камер различных конструкций центробежных мельниц и дезинтеграторов. Для разработки математических описаний динамики воздушно-материального потока используются уравнения Навье-Стокса [15], выражения из динамики вихревых потоков [16], метод Лагранжа для одиночных частиц в потоке энергоносителя [17] и др. [18, 19]. Многообразие этих подходов носит дискретный характер и позволяет дифференцировать всю сложность технологических процессов внутри помольной камеры агрегатов центробежного типа.

Классическим подходом описания динамики двухфазного потока внутри дезинтегратора устанавливается характер его движения от центра к периферии помольной камеры [20]. Здесь, как правило, решается плоская задача, позволяющая отыскать радиальную и окружную скорости двухфазного потока, как твердой фазы, так и энергоносителя – воздуха. Однако, стоит заметить, что в оригинальных конструкциях измельчителей, например, [21, 22], помимо скоростей в горизонтальной плоскости следует оценивать и влияние гравитации, особенно, если на первой стадии измельчения двухфазный поток внутри помольной камеры сначала движется от центра к периферии, а на второй в обратном направлении – от периферии к центру.

В оригинальной конструкции дезинтеграторной мельницы [21] предусмотрено несколько технологических схем измельчения материалов. Благодаря специальной конструкции помольной камеры агрегата технологически реализуется схема центробежного и центростремительного вихревого движения двухфазного потока. Причем для более эффективного управления процес-

сом измельчения в дезинтеграторе наиболее важным представляется характер движения воздушно-материальной смеси на второй стадии измельчения сырья.

Здесь твердые частицы материала в потоке воздуха передвигаются от периферии помольной камеры к центральному разгрузочному отверстию внешнего ротора мельницы. При этом двухфазный поток испытывает аэродинамические и ударно-истирающие сопротивления различной природы. Математическое описание трехмерного вихревого движения внутри помольной камеры мельницы дезинтеграторного типа является сложной и весьма актуальной задачей. Решение этой задачи позволит численно определить скорости двухфазного потока в зависимости от физико-механических свойств измельчаемого сырья и конструктивно-технологических характеристик мельницы.

Целью настоящего исследования является формирование трехмерной математической модели движения двухфазного потока в вихре на второй стадии измельчения сырья в мельнице [21], которая позволит численно оценить величины скоростных параметров, необходимых для рациональной работы агрегата при измельчении различных материалов. Для достижения данной цели необходимо учесть зависимость скоростных параметров вихревого движения двухфазного потока от конструктивных и технологических параметров агрегата, а также физико-механических свойств измельчаемого сырья.

**Методы и оборудование.** Процесс математического моделирования динамики двухфазного вихревого потока внутри помольной камеры на второй стадии измельчения производился для дезинтегратора [21], устройство и принцип действия которого показано на рис. 1а. На рис. 1б представлен двухстадийный процесс измельчения внутри помольной камеры дезинтегратора с внутренней циркуляцией измельчаемого материала.

Измельчитель [21] работает, как сложный помольный агрегат. Сырье для измельчения через загрузочную воронку 2, установленную на кожухе 1 дезинтегратора, поступает в помольную камеру оригинальной конструкции. Последняя, в свою очередь, состоит из внешнего 3 и центрального 4 роторов. За счет постоянных энергонагруженных ударов от рабочих элементов 5, установленных на роторах 3 и 4, и вращающихся в противоположные стороны, сырье активно диспергируется.

В верхнем объеме помольной камеры – на первой стадии измельчения (рис. 1б, поз. 1) – сырье подвергается центробежному ударно-истирающему диспергированию. После чего воздушно-

материальный поток перемещается в нижнюю область помольной камеры мельницы (рис. 1б, поз. 2). Здесь на пути от периферии помольной камеры к центральным разгрузочным отверстиям

внешнего ротора 3 также происходит ударно-истирающее измельчение сырья. Так осуществляется вторая стадия диспергирования материала (рис. 1б, поз. 3).

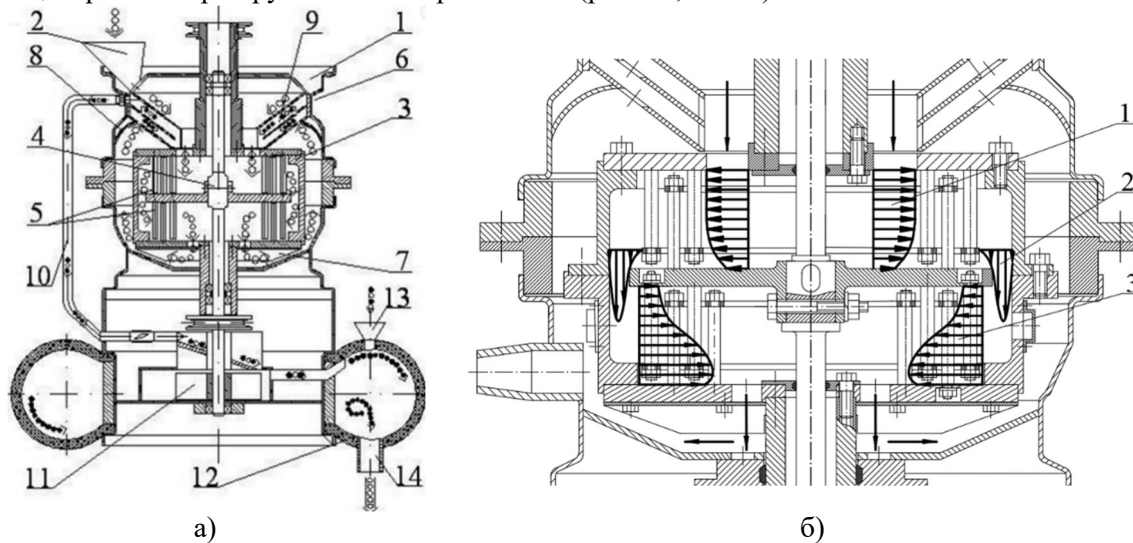


Рис. 1 Дезинтегратор: а) – устройство (к описанию принципа действия):

1 – кожух; 2 – загрузочная воронка; 3 – внешний ротор; 4 – центральный ротор; 5 – рабочие элементы; 6 – специальный патрубок готового продукта; 7 – внешний вентилятор; 8 – сферический направляющий патрубок; 9 – классификатор; 10 – соединительный трубопровод; 11 – вентилятор; 12 – смесительная камера; 13 – воронка загрузочная для добавок; 14 – специальное устройство; б) – стадийность измельчения материалов внутри помольной камеры дезинтегратора с формирующимися характерными скоростями движения двухфазного потока: 1 – эпюра скоростей двухфазного потока в вертикальной плоскости на первой стадии измельчения; 2 – эпюра скоростей двухфазного потока в вертикальной плоскости при его перемещении из верхнего объема в нижний помольной камеры для второй стадии измельчения; 3 – эпюра скоростей двухфазного потока в вертикальной плоскости на второй стадии измельчения

Здесь важно отметить, что центростремительное (всасывающее) давление на второй стадии ударно-истирающего измельчения в дезинтеграторе складывается из центробежного давления работы самого агрегата, как вентилятора, и всасывающего разрежения, которое создается внешним вентилятором 7, установленным на нижнем диске внешнего ротора 3. Именно так происходит процесс двухстадийного диспергирования материала в дезинтеграторной мельнице.

После измельчения диспергированный материал в виде двухфазного потока попадает в закамерное пространство между кожухом 1 мельницы и ее помольной камерой. Далее двухфазный поток через сферический направляющий патрубок 8 поступает в классификатор 9. В классификаторе под действием гравитации материал делится на крупку, которая возвращается на домол в помольную камеру, и готовый продукт, выводимый из агрегата с помощью специального патрубка готового продукта 6 в батарею циклонов или рукавных фильтров (на рис. 1а не показаны).

Наряду с вышеуказанной схемой работы агрегата существует технологическая возможность

вывода готового продукта через специальный патрубок готового продукта 6, соединенный с трубопроводом 10, посредством разрежения, достигаемого за счет оригинальности конструкции дезинтегратора. Разность давлений в этом случае создается вентилятором 11, соединенным со смесительной камерой 12. В смесительную камеру 12, где, в качестве примера, осуществляется гомогенизация сухих дисперсных красок с дисперсным клеевым компонентом, через загрузочное устройство 13 добавляются специальные химические компоненты, например, поверхностно-активные вещества. После этого конечный хорошо перемешанный продукт разгружается и обеспыливается через специальное устройство 14.

Математическое моделирование технологического процесса движения двухфазного потока внутри помольной камеры дезинтегратора осуществлялось методом крупных частиц [17]. Математическое описание динамики центробежного двухфазного потока в помольной камере дезинтегратора на первой стадии измельчения представлено в работе [23]. В настоящем исследовании для мельницы устанавливаются значения параметров радиальной, окружной (тангенциальной) и осевой скоростей движения двухфазного потока в поле центростремительных сил

во время второй стадии измельчения материала в помольной камере агрегата. В этой работе моделируются динамические параметры несущей фазы и твердых частиц сырья.

**Основная часть.** Рассмотрим вторую стадию измельчения материала в дезинтеграторе [21]. Здесь движение частиц от большого радиуса помольной камеры (периферии) к центральному разгрузочному отверстию, расположенному на меньшем текущем радиусе, осуществляется за счет симметричных противоположно вращающихся вихрей, которые создаются роторами агрегата. Именно роторы дезинтегратора при вращении свыше  $6000 \text{ мин}^{-1}$  создают два противоположно вращающихся вихря, энергии которых взаимодействуют друг с другом.

Из-за наложения линий тока противоположно вращающихся вихрей, вызванных характером движения роторов мельницы, и их разности движение частиц сырьевого материала на второй стадии диспергирования описывают собой сложные спиральные траектории. Направление таких траекторий имеет порядок от периферии помольной камеры к центральному разгрузочному отверстию, расположенному на нижней части внешнего ротора. Технологически и конструктивно это стало возможным при особом спиралевидном расположении четных рядов рабочих элементов, которые способствуют продвижению материала от периферии помольной камеры к центральному разгрузочному отверстию после второй стадии измельчения (рис. 16).

В динамичном двухфазном потоке на твердую частицу действуют множество сил. Для нашей модели учтем наиболее значимые из них: гравитация – отметим ее как силу тяготения –  $F_g$ ; аэродинамическая сила сопротивления энергоносителя (воздуха) –  $F_a$ ; сила, характеризующая специфику изменения давления среды по поверхности измельчаемой частицы –  $F_p$ ; сила несимметричного бокового сопротивления при обтекании вращающейся в вихревом потоке частицы измельчаемого материала –  $F_\omega$ .

Предположим, что аэродинамическая сила сопротивления энергоносителя, представленного основой в вихревом движении частицы измельчаемого материала, находится для автотельной области  $10^3 < Re < 3 \cdot 10^5$ . Тогда с учетом квадратичного закона и на основании с формулировкой [16] получим, что:

$$F_a = -\frac{\pi \cdot \rho_0 \cdot d_p^2}{20} \cdot v_r'^2 \frac{\vec{v}_r'}{|v_r'|}, \quad (1)$$

где  $\rho_0$  – плотность энергоносителя (воздуха),  $\text{кг/м}^3$ ;  $d_p$  – средневзвешенный диаметр частицы измельчаемого материала,  $\text{м}$ ;  $v_r'$  – относительная скорость частицы измельчаемого материала,  $\text{м/с}$ ,

$\vec{v}_r' = \vec{v}_0 - \vec{v}_p$ ;  $\vec{v}_0$  – вектор скорости потока энергоносителя (воздуха),  $\text{м/с}$ ;  $\vec{v}_p$  – вектор скорости частицы измельчаемого материала в потоке энергоносителя,  $\text{м/с}$ ;  $Re$  – критерий Рейнольдса, находится численно по формуле [18]:

$$Re = \frac{(v_0 - v_p) \cdot d_p}{\nu}, \quad (2)$$

здесь  $\nu$  – кинематическая вязкость воздушно-материального потока,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Средневзвешенный диаметр частицы измельчаемого материала  $d_p$  связан с объемом сферической частицы  $V_p$  и определяется из известного выражения [17]:

$$d_p = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}}. \quad (3)$$

При рассмотрении в моделировании общего случая для частицы измельчаемого материала несферической (произвольной) формы численно рассчитать аэродинамическую силу сопротивления невозможно. Такой вывод получен по причине того, что форма частиц сырьевых компонентов, подвергающихся измельчению и движущихся в двухфазном потоке, зависит не только от ее геометрической топологии, свойств вновь образованной поверхности, величины скорости, но и от положения твердой частицы относительно вектора скорости, которую частица измельчаемого материала имеет после неоднократного ударного взаимодействия с подобными частицами и рабочими элементами роторов дезинтегратора. Следовательно, полагаясь на результаты исследования ряда ученых [15, 16, 18], моделирование будем осуществлять в классическом понимании формы частицы, учитывая ее при математическом моделировании сферической.

Сила, характеризующая специфику изменения давления среды по поверхности измельчаемой частицы  $F_p$ , будет определяться на основании ранее сделанных исследований [24]. В относительном измерении малых размеров частиц измельчаемого материала данная характеристика дискретно определится изменением перепада давления по объему частицы измельчаемого материала  $V_p$  и представится в форме [24]:

$$F_p = -V_p \cdot \text{grad}(p), \quad (4)$$

где  $\text{grad}(p)$  – перепад давления среды, взятый в точке с центром тяжести объема частицы измельчаемого материала,  $\text{Па}$ .

Помимо силы тяжести  $F_g$  и аэродинамической силы сопротивления среды энергоносителя (воздуха)  $F_a$  на динамику частицы в помольной камере дезинтегратора в вихревом двухфазном потоке существенное влияние оказывает сила  $F_\omega$ .

Ее природа связана с несимметричностью обтекания вращающейся частицы измельчаемого материала. Тогда с учетом формулы Жуковского, которая представлена в работе [24], будем иметь выражение для определения  $F_\omega$ :

$$F_\omega = -2\rho_p \cdot V_p \cdot v_{r\omega} \cdot \omega_p, \quad (5)$$

где  $v_{r\omega}$  – ортогональная  $\omega$  проекция относительной скорости частицы  $v_r$  измельчаемого материала, м/с;  $\rho_p$  – плотность частицы измельчаемого материала, кг/м<sup>3</sup>;  $\omega_p$  – угловая характеристика скорости вращения частицы измельчаемого материала, рад/с<sup>-1</sup>.

Конструктив агрегата и технология измельчения материалов в нем определяет характер взаимодействия реальных частиц измельчаемого материала друг с другом и рабочими поверхностями роторов мельницы. Это в частности связано не только с микроструктурой течения вокруг твердой частицы, ее самостоятельной динамикой, специфическими характеристиками ее поверхности, но и с динамическими характеристиками потока энергоносителя (воздуха) и частицы, соударением частиц друг с другом. На ряду с этим в математической модели динамики частицы несферической формы в вихревом потоке воздушно-материальной среды необходимо полагаться только на те силовые характеристики, которые явно определяются из конкретных физических явлений, в случае, когда иные силовые воздействия отсутствуют.

Просуммировав  $F_g, F_a, F_p$  и  $F_\omega$  друг с другом, получаем уравнение равновесия сил с учетом (1), (4 - 5), действующих на частицу в динамичном

двухфазном потоке. Представив выражение через фактор скорости, как наиболее важную динамическую характеристику, получим:

$$\frac{dU_p}{dt} = \frac{(U_0 - U_p)}{\tau} - grad(p) + g + 2U_p \frac{dU_p}{dr_1}, \quad (6)$$

где  $U_0, U_p$  - характеристика абсолютной скорости фазы энергоносителя - воздуха и частицы в двухфазном потоке, соответственно, м/с. Абсолютные скоростные характеристики для твердой и воздушной фаз определяются из выражения:

$$U_0(U_p) = \sqrt{[v(v_p)]^2 + [w(w_p)]^2 + [u(u_p)]^2}. \quad (7)$$

здесь  $p$  – давление энергоносителя - воздуха на твердую частицу материала в двухфазном потоке, Па. Для оригинальной конструкции мельницы [21] при конкретных геометрических параметрах ее помольной камеры рассчитываем давление  $p$  энергоносителя из выражения [25]:

$$p = p_k + \frac{\rho_0 \cdot U_0}{2} \left[ 1 - \left( \frac{R_m^2}{z_m \cdot r_3^2} + \dots + \frac{R_{m+1}^2}{z_{m+1} \cdot r_3^2} \right) \right], \quad (8)$$

где  $p_k$  – создаваемое крыльчаткой помольной камеры всасывающее разрежение (давление), Па;  $R_m$  – текущее расстояние  $m$ -ного ряда рабочих элементов от оси ротора, м;  $z_m$  – количество рабочих элементов в  $m$ -ном ряду, шт.

С учетом вышеизложенных представлений об особенностях динамики вихревого двухфазного потока внутри помольной камеры агрегата концептуально представим пространственную модель движения частиц в вихревом потоке энергоносителя в виде расчетной схемы, как показано на рис. 2.

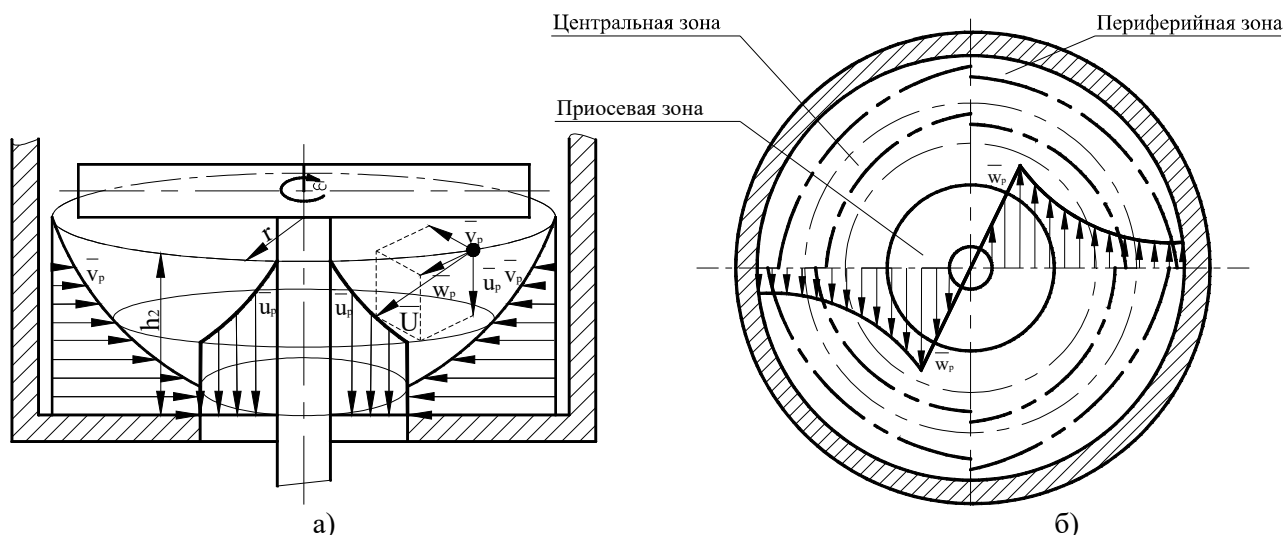


Рис. 2. Расчетная схема движения частиц в вихревом потоке энергоносителя внутри помольной камеры дезинтегратора: а) – эпюры радиальной и осевой составляющих скорости; б) – эпюра окружной (тангенциальной) скорости

В процессе математического моделирования поля скоростей движения частицы в вихревом потоке энергоносителя (воздуха) пренебрежем

силовой характеристикой, учитывающей её вращение. Данная величина бесконечно мала [26, 27, 28].

Предположим, что радиальная, окружная (тангенциальная) и осевая скорости движения воздуха и частицы измельчаемого материала определяются только текущим радиусом  $R_k$  от центра вращения двухфазного потока, а также относительными временными интервалами без соударений с рабочими элементами и поверхностями роторов мельницы.

В качестве основания для аналитических исследований динамики твердой частицы в вихревом потоке центростремительного поля воспользуемся следующей системой дифференциальных уравнений относительно различных составляющих абсолютной скорости двухфазного потока:

$$\begin{cases} \frac{dv_0}{dt} = \frac{(v_0 - v_p)}{\tau} - \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{\partial p}{\partial r_1} + \frac{w_p^2}{r_1} \\ \frac{dw_0}{dt} = \frac{(w_0 - w_p)}{\tau} + \frac{v_p w_p}{r_1}, \\ \frac{du_0}{dt} = \frac{(u_0 - u_p)}{\tau} - \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{\partial p}{\partial h_2} + g. \end{cases} \quad (9)$$

где  $v_p, w_p, u_p$  - радиальная, окружная (тангенциальная) и осевая скорости частицы в вихревом двухфазном потоке, м/с;  $v_0, w_0, u_0$  - радиальная, окружная (тангенциальная) и осевая скорости энергоносителя (воздуха), м/с;  $h_2$  - относительная осевая координата положения твердой частицы в вихревом потоке двухфазной среды на второй стадии измельчения материала, м (показана на рис. 2а).

Воспользуемся осреднением скоростных характеристик динамики твердых частиц в потоке энергоносителя - воздуха и представим систему в следующих безразмерных величинах:

$$\begin{cases} \bar{t} = \tau \frac{V_1}{R_k}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_p}{\rho_0}; Fr = \frac{g R_k}{V_1^2}; \\ \bar{p} = \frac{p_0}{\rho_0 V_1^2}; \quad \bar{\lambda} = g \frac{\mu}{d_p^2 \rho_p} \cdot \frac{R_k}{V_1^2}. \end{cases} \quad (10)$$

где  $\bar{t}$  - осредненное моделируемое время релаксации измельчаемой частицы;  $\tau$  - расчетное время релаксации измельчаемой частицы, с;  $V_1$  - абсолютная скорость частицы, м/с;  $R_k$  - текущий радиус помольной камеры мельницы, м;  $\bar{\rho}$  - средняя плотность двухфазного потока;  $Fr$  - число Фруда;  $\bar{p}$  - среднее давление на двухфазный поток внутри помольной камеры;  $\bar{\lambda}$  - средний энергетический коэффициент напряженности вихря;  $\mu$  - динамическая вязкость двухфазного потока.

С учетом системы (10) уравнения системы (9) окончательно представятся как:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} = \frac{\bar{w}_p^2}{r} + \bar{\lambda} \cdot |(\bar{v}_0 - \bar{v}_p)| - \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{\partial p_0}{\partial r_1}, \\ \frac{d\bar{w}}{d\bar{t}} = \bar{\lambda} \cdot |(\bar{w}_0 - \bar{w}_p)| + \frac{\bar{v}_p \bar{w}_p}{\bar{r}}, \\ \frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} = \bar{\lambda} \cdot |(\bar{u}_0 - \bar{u}_p)| - \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{\partial p_0}{\partial h_2} + Fr, \\ \frac{d\bar{r}}{d\bar{t}} = \bar{v}_p; \quad \bar{w}_p = \frac{\bar{r} d\varphi}{dt}; \quad \bar{u}_p = \frac{dh_2}{dt}. \end{cases} \quad (11)$$

Для численного решения системы (11) начальные условия будут выглядеть следующим образом:

$$\{t = 0; r = 1; \varphi = 0; h_2 = 0; v_p = 1; w_p = 1; u_p = 0\}.$$

Формируя представления об уравнениях для численного моделирования динамики частицы измельчаемого материала в вихревом потоке энергоносителя (воздуха) в поле центробежных сил, для самого энергоносителя из (11) получим:

- радиальная составляющая скорости будет определять так:

$$\bar{v}_0 = \frac{t[\rho_p(\bar{w}_p^2 - \bar{\lambda} \bar{v}_p \bar{r})]}{\bar{r} \cdot \rho_p(1 - \bar{\lambda} t)}; \quad (12)$$

- окружная (тангенциальная) составляющая скорости будет определять из выражения:

$$\bar{w}_0 = \frac{\bar{w}_p t [(\bar{v}_p - \bar{\lambda} \bar{r})]}{\bar{r} \cdot (1 - \bar{\lambda} t)}; \quad (13)$$

- осевая составляющая скорости будет определять по уравнению:

$$\bar{u}_0 = \frac{t[(\bar{v}_p \bar{\lambda} + \frac{p_0}{\rho_p h_2} \bar{r})]}{(1 - \bar{\lambda} t)}. \quad (14)$$

По уравнениям (12 - 13) также определялись в исследовании значения скоростей частиц в вихревом двухфазном потоке при фиксировании начальных характеристик энергоносителя - воздуха. По результатам численного моделирования системы (11) были получены следующие графические зависимости скоростей (эпюры) от текущего радиуса помольной камеры мельницы (рис. 3).

Анализируя выражения (12-13), можно заключить, что значение  $\bar{r}$ , представляющее собой величину текущего радиуса ( $R_k$ ) помольной камеры, находясь и в числителе, и в знаменателе, по разному влияет на формирование профиля эпюры скоростей для различных точек объема помольной камеры. Именно поэтому профили скоростей не симметричны. Здесь же еще следует отметить, что в выражении для вычисления осевой скорости несущей фазы в центростремительном потоке значение текущего радиуса  $\bar{r}$  ( $R_k$ ) в знаменателе отсутствует. Это связано с тем, что

при самом максимальном радиусе помольной камеры  $R_k = 0,3$  м подпор материала при переходе с первой стадии измельчения на вторую оказывает существенное давление для перемещения

материала и воздушной среды в вертикальном направлении по высоте  $h_2$  (последнее равенство в системе (11)).

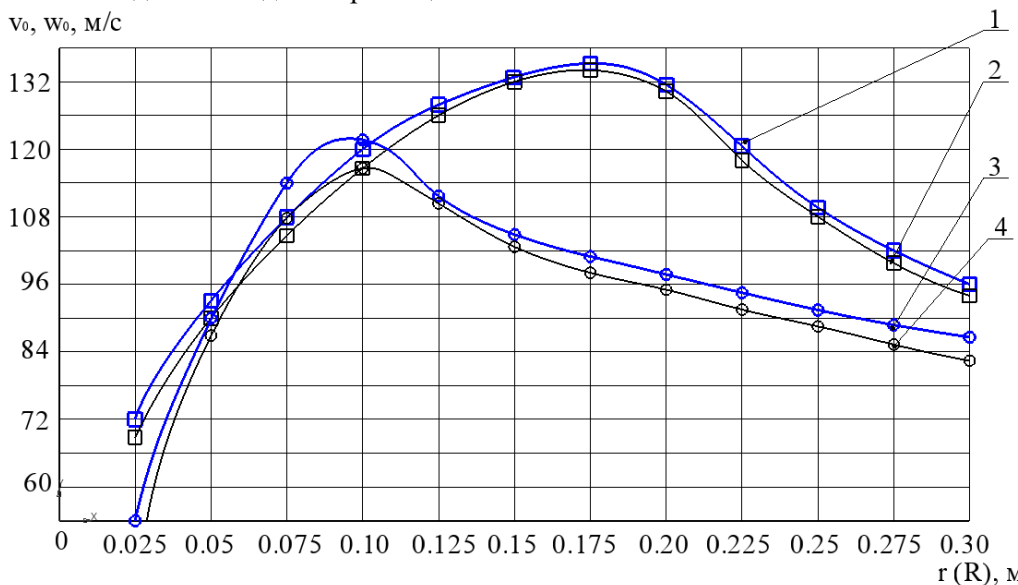


Рис. 3. График (эпюры) скоростей вихревого двухфазного потока в зависимости от текущего радиуса помольной камеры: 1 – радиальная скорость энергоносителя – воздуха; 2 – радиальная скорость частицы в вихревом потоке несущей фазы; 3 – окружная (тангенциальная) несущей фазы – воздуха; 4 – окружная (тангенциальная) скорость частицы в вихревом потоке

Значения скоростей несущей фазы и частиц измельчаемого материала внутри помольной камеры дезинтегратора оригинальной конструкции позволяют управлять технологией измельчения различных материалов, оптимизировать энергозатраты на помол, повышать качество готового продукта и отслеживать эксплуатационную надежность агрегата. Математическое моделирование технологического процесса измельчения для агрегатов с комплексным воздействием на измельчаемый материал помогает понять всю сложность такого процесса и дать рекомендации по его более точному описанию и совершенствованию.

Согласно графической зависимости на рис. 3, полученной по результатам обработки математической модели, заключаем, что максимальные радиальные скорости и частицы, и несущей фазы находятся в середине помольной камере на текущем радиусе  $R_k = 0,15-0,2$  м. При этом радиусе их значения составляют  $v_p = 132-130$  м/с, соответственно,  $v_0 = 133,9-131,3$  м/с, соответственно.

Здесь же отмечаем, что при  $R_k = 0,1$  м максимальные значения окружных (тангенциальных) скоростей частицы и воздуха равны:  $w_p = 116,7$  м/с и  $w_0 = 123,2$  м/с, соответственно. В этом анализе графика радиальной и окружной (тангенциальной) скоростей отметим, что при  $R_k = 0,3$  м значения обоих составляющих падают, относительно своих достигнутых максимальных значе-

ниях на  $R_k < 0,3$  м. Это связано с тем, что на второй стадии измельчения материала происходит обратный эффект, и двухфазный поток в этом объеме помольной камеры разгоняется от периферии к центру и достигает своих максимальных показателей к средним значениям текущего радиуса  $R_k$ .

Не менее специфической выглядит графическая зависимость осевой скорости частицы и несущей фазы в помольной камере дезинтегратора оригинальной конструкции (рис. 4). Данная составляющая скорости позволяет управлять процессом перехода воздушно-материального потока от первой стадии измельчения ко второй в объеме оригинальной конструкции помольной камеры.

График на рис. 4 показывает следующую динамику двухфазного потока на второй стадии измельчения в помольной камере. Здесь отметим, что максимальное значение  $u_0$  численно близко совпадает с  $u_p$  и равно 112,1 м/с при  $R_k = 0,3$  м. В диапазоне  $R_k = 0,1-0,2$  м значения  $u_0$  и  $u_p$  достигают минимальных показателей (снижение до  $u_0 = 82,4$  м/с,  $u_p = 80,8$  м/с при  $R_k = 0,1$  м). Это свидетельствует о том, что к центру помольной камеры движение вихревого двухфазного потока становится более постоянным, чем на периферии. В зоне разгрузки материала (выхода двухфазного потока из помольной камеры) при  $R_k = 0,025-0,075$  м наблюдается увеличение осевой компоненты скорости до значений:  $u_0 = 87,4$  м/с,



$u_p = 86,1$  м/с. Такой незначительный рост осевой компоненты скоростного потока связано с ростом давления всасывающей, которое создается

крыльчаткой на нижней части внешнего ротора мельницы.

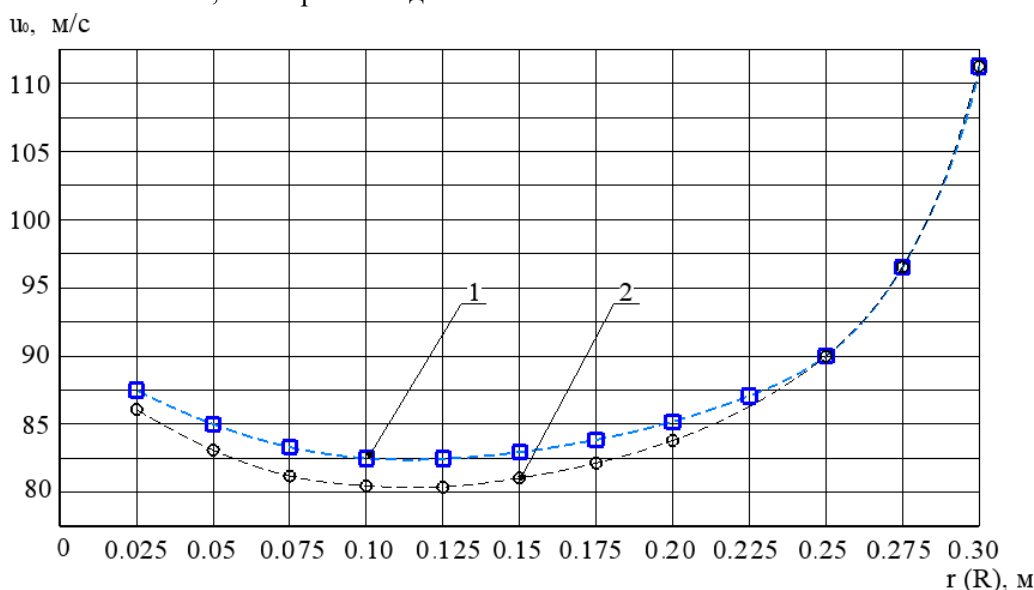


Рис. 4. График (эпюры) осевой скорости вихревого двухфазного потока в зависимости от текущего радиуса помольной камеры: 1 – осевая скорость несущей фазы – воздуха; 2 – осевая скорость частицы в вихревом потоке несущей фазы

**Выводы.** Представлено последовательно сформулированная математическая модель вихревой динамики двухфазного потока для второй стадии измельчения сырья внутри помольной камеры дезинтегратора, которое позволяет численно определить скоростные характеристики режимов работы агрегата для материалов с различными физико-механическими свойствами.

С помощью графической интерпретации математической модели вихревого движения двухфазного потока для второй стадии измельчения материалов получены эпюры радиальной, окружной (тангенциальной) и осевой компонент скорости, которая характеризует напряженность динамики потока внутри оригинальной конструкции помольной камеры мельницы.

Установлено, что радиальная и окружная (тангенциальная) составляющие скоростей двухфазного потока на текущих радиусах в диапазоне  $R_k = 0,1-0,2$  м достигают своих максимальных значений, как для твердых частиц измельчаемого материала, так и для несущей фазы – воздуха.

Определено, что для осевой составляющей скорости двухфазного потока в вихре при  $R_k = 0,3$  м наблюдается ее максимум как для твердых частиц, так и для несущей фазы –  $u_p = u_0 = 112,1$  м/с.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жиров Д.М. Физические процессы разрушения многокомпонентных структурно-неодно-

родных материалов и сравнительный анализ технических характеристик мельниц для их измельчения // Вестник Удмуртского университета. Серия 4. Физика и химия. 2013. № 3. С. 7–12.

2. Хамидов Б.Т., Акабиров Л.Х., Досумов Ш.Р. Исследование процесса измельчения материалов на основе математической модели // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. 2019. № 10(67). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/7953>

3. Советов Б.Я. Моделирование систем. М.: Высшая школа. 2001. 343 с.

4. Семикопенко И.А., Воронов В.П., Смирнов Д.В. Расчет мощности, затрачиваемой на движение двухфазной среды в патрубке рецикла дезинтегратора // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 1. С. 119–123. DOI: 10.12737/article\_5c506246246cf7.72565493

5. Богданов В.С., Семикопенко И.А., Воронов В.П. Дезинтеграторы. Конструкции. Теория. Эксперимент. Монография. Белгород, БГТУ им. В.Г. Шухова. 2016. 235 с.

6. Данилов Р.Г. Гипотеза механизма тонкого измельчения в роторных мельницах с зубчатоподобным зацеплением // Промышленность строительных материалов и стройиндустрия. Энерго – и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений: Сб. докл. Междунар. конф. Ч.4. Белгород, 1997. С. 164–168.

7. Кафаров В.В., Дорохов И.Н., Арутюнов С.Ю. Системный анализ процессов химической



технологии: измельчение и смешение: монография. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт. 2023. 440 с.

8. Севостьянов В.С., Качаев А.Е., Бойчук И.П., Кузнецова И.А. Теоретические исследования процессов в роторной мельнице с комбинированным воздействием на измельчаемый материал // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 9. С. 122–129. DOI: 10.12737/article\_59a93b0aa409c9.96285097

9. Бойчук И.П., Перельгин Д.Н. Комплексные исследования акустического воздействия на газопылевой поток в вихре-акустическом диспергаторе // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 1. С. 155–161.

10. Севостьянов В.С., Перельгин Д.Н., Уральский В.И., Горлов А.С., Глаголев Е.С., Бабаевский А.Н. Разработка и исследование энерго-сберегающего помольного оборудования для высокодисперсного измельчения материалов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2014. №3. С. 76–80.

11. Богородский А.В., Блиничев В.Н., Лапшин В.Б. Интенсификация процесса измельчения в мельнице дезинтеграторного типа // Известия ВУЗов СССР. Химия и хим. технология. №5. 1980. С. 643–645.

12. Семикопенко И.А., Воронов В.П., Пензев П.П. Теоретические исследования скорости движения частиц материала вдоль поверхности ударного элемента мельницы дезинтеграторного типа // Известия ВУЗов. Строительство. 2008. № 11. С. 93–96.

13. Баранов Д.А., Блиничев В.Н., Вязьмин А.В., Жихарев А.С., Каталымов А.В., Макаров Ю.И., Мизонов В.Е., Орлов В.А., Соколов В.И., Ушаков С.Г., Фролов В.Ф., Чепура И.В. Процессы и аппараты химической технологии. Явления переноса, макрокинетика, подобие, моделирование, проектирование. Учебное пособие. Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина. Том №2. 2001. 600 с.

14. Вайтехович П.Е., Боровский Д.Н. Разрушающее воздействие мелющих тел в горизонтальной планетарной мельнице при различных способах обкатки помольных барабанов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2019. № 2. С. 3–6.

15. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз. 1959. 700 с.

16. Смульский И.И. Аэродинамика и процессы в вихревых камерах. Новосибирск: ВО "Наука". 1992. 301 с.

17. Канаков О.И., Мотова М.И. Методы Лагранжа и Гамильтона в исследовании колебательных систем: Учебно-методическое пособие.

Нижегород: Нижегородский государственный университет. 2016. 39 с.

18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. М.: Наука. Т.1: Механика. 1988. 216 с.

19. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974. 472 с.

20. Хинт И.А. Основы производства силикатных изделий. Л.: Госстрой. 1962. 601 с.

21. Пат. № 2377070. МПК7 В 02 С 13/22. Дезинтегратор / Гридчин А.М., Севостьянов В.С., Глаголев Е.С., Качаев А.Е. и др.; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», ООО «ТК-РЕЦИКЛ». №2008118079/03. Заявл. 06.05. 2008; опубл. 27.12.2009.

22. Пат. № 2444407. МПК7 В02С 18/08. Роторная мельница / Глаголев С.Н., Севостьянов В.С., Гридчин А.М., Лесовик В.С., Королев И.Г., Качаев А.Е., Шенцева М.Е., Орехова Т.Н. Заявитель и патентообладатель: Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова". № 2010138884/13. Заявл. 21.09.2010; опубл. 10.03.2012.

23. Качаев А.Е., Севостьянов В.С., Чемеричко Г.И., Орехова Т.Н. Математическое описание динамики центробежного двухфазного потока в помольной камере дезинтегратора // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2024. №2. С. 70–79. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-2-70-79

24. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. Ч.1. Основы теории. Аэродинамика профиля и крыла. Учебник для ВТУЗов. Изд. 2-е перераб и доп. М.: Высшая школа. 1976. 384 с.

25. Смульский И.И. Взвешенный слой частиц в цилиндрической вихревой камере // Журнал прикладной химии. 1983. №8. С. 1782–1789.

26. Bagnold R.A. Experiments on a gravity Free Dispersion of large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear // Proc. Roy Soc. London, 1954. Vol.225. Pp. 49–63.

27. Kolobov M.Yu., Chagin O.V., Blinichev V.N. Increase of Longevity of Working Organs of Centrifugal-Shock Grinding Down // Russian Journal of General Chemistry. 2021. Vol. 91(6). Pp. 1205–1208.

28. Сиваченко Л.А., Титов Д.В., Сиваченко Т.Л. Дезинтеграторные технологии, их техническая обеспеченность и перспективы развития // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвузовский сборник статей. Белгород: БГТУ, 2009. С. 228–233.

29. Ревнивцев В.И. Селективное разрушение материалов. М.: Недра. 1988. 386 с.

30. Крупин С.В., Трофимова Ф.А. Коллоидно-химические основы создания глинистых суспензий для нефтепромыслового дела. Казан-

ский государственный технологический университет, Центральный научно-исследовательский институт геологии нерудных полезных ископаемых. Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ). 2010. 411 с.

Информация об авторах

**Качаев Александр Евгеньевич**, кандидат технических наук, заведующий кафедрой строительного производства. E-mail: doctor\_cement@mail.ru. Коломенский институт (филиал) Московского политехнического университета. Россия, 140402, Московская область, г. Коломна, ул. Октябрьской революции, дом 408

Поступила 13.02.2024 г.

© Качаев А.Е., 2024

**Kachaev A.E.**

Kolomna Institute (branch) of Moscow Polytechnic University,

E-mail: doctor\_cement@mail.ru

## MATHEMATICAL MODEL OF VORTEX MOTION OF TWO-PHASE FLOW IN A DISINTEGRATOR MILL

**Abstract.** *Mathematical models and the results of their numerical calculations play an important role at the modern level of automation of technological processes. The development of mathematical models to determine the design-technological or energy-power parameters of the operation of grinding equipment allows to obtain numerical information about the rational modes of its operation. In this study, numerical results were obtained from calculating a mathematical model of the vortex motion of a two-phase flow for the second stage of grinding depending on the physical and mechanical characteristics of the material being ground ( $\rho_p$ ) and the current radius  $R_k$  of the grinding chamber of the unit. A method for numerically determining the speed characteristics of unit operating modes for materials with different physical and mechanical properties is presented. In the work, using the analysis of graphs of the sought functions of the mathematical model of the vortex motion of a two-phase flow, the velocity fields are presented in the form of diagrams of the radial, circumferential (tangential) and axial velocity components, which characterize the intensity of the flow dynamics inside the original design of the grinding chamber of the mill. In the process of mathematical modeling, it was established that the radial and circumferential (tangential) components of the two-phase flow velocities at current radii in the range  $R_k = 0.1-0.2$  m reach their maximum values, both for solid particles of the crushed material and for the carrier phase – air. It has been determined that for the circumferential component of the velocity of a two-phase flow in a vortex at  $R_k = 0.3$  m, its maximum is observed for both solid particles and the carrier phase –  $u_p = u_o = 112.1$  m/s.*

**Keywords:** *disintegrator, two-phase flow, particle, radial velocity, peripheral velocity, flow dynamics.*

### REFERENCES

1. Zhiron D.M. Physical processes of destruction of multicomponent structurally inhomogeneous materials and comparative analysis of the technical characteristics of mills for their grinding [Fizicheskiye protsessy razrusheniya mnogokomponentnykh strukturno-neodnorodnykh materialov i sravnitel'nyy analiz tekhnicheskikh kharakteristik mel'nits dlya ikh izmel'cheniya]. Bulletin of the Udmurt University. Series 4. Physics and chemistry. 2013. No. 3. Pp. 7–12. (rus)
2. Khamidov B.T., Akabirova L.Kh., Dosumov Sh.R. Study of the process of grinding materials based on a mathematical model [Issledovaniye protsessa izmel'cheniya materialov na osnove matematicheskoy modeli]. Universum: Technical Sciences: electron. scientific magazine. 2019. No. 10(67). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/7953> (rus)
3. Sovetov B.Ya. Systems modeling [Modelirovaniye sistem]. M.: Higher school. 2001. 343 p. (rus)
4. Semikopenko I.A., Voronov V.P., Smirnov D.V. Calculation of the power spent on the movement of a two-phase medium in the recycle pipe of the disintegrator [Raschet moshchnosti, zatrachivayemoy na dvizheniye dvukhfaznoy sredy v patrubke retsikla dezintegratora]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2019. No. 1. Pp. 119–123. DOI:10.12737/article\_5c506246246cf7.72565493 (rus)
5. Bogdanov V.S., Semikopenko I.A., Voronov V.P. Disintegrators. Constructions. Theory. Experi-

ment. Monograph [Dezintegratory. Konstruktsii. Teoriya. Eksperiment. Monografiya]. Belgorod. BSTU named after. V.G. Shukhova. 2016. 235 p. (rus)

6. Danilov R.G. Hypothesis of the mechanism of fine grinding in rotary mills with gear-like gearing [Gipoteza mekhanizma tonkogo izmel'cheniya v rotornykh mel'nitsakh s zubchatopodobnym zatsepleniym]. Industry of building materials and construction industry. Energy and resource saving in market conditions: Sat. report Intl. conf. Part 4. Belgorod. 1997. Pp. 164–168. (rus)

7. Kafarov V.V., Dorokhov I.N., Arutyunov S.Yu. System analysis of chemical technology processes: grinding and mixing: monograph [Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii: izmel'cheniye i smesheniye: monografiya]. 2nd ed., revised. and additional Moscow: Yurayt Publishing House. 2023. 440 p. (rus)

8. Sevostyanov V.S., Kachaev A.E., Boychuk I.P., Kuznetsova I.A. Theoretical studies of processes in a rotary mill with a combined effect on the crushed material [Teoreticheskiye issledovaniya protsessov v rotornoy mel'nitse s kombinirovannym vozdeystviyem na izmel'chayemyy material]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2017. No. 9. Pp. 122–129. DOI: 10.12737/article\_59a93b0aa409c9.96285097 (rus)

9. Boychuk I.P., Perelygin D.N. Comprehensive studies of the acoustic effect on gas and dust flow in a vortex-acoustic disperser [Kompleksnyye issledovaniya akusticheskogo vozdeystviya na gazopylevoy potok v vikhre-akusticheskom dispergatore]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2017. No. 1. Pp. 155–161. DOI: 10.12737/23478. (rus)

10. Sevostyanov V.S., Perelygin D.N., Uralsky V.I., Gorlov A.S., Glagolev E.S., Babaevsky A.N. Development and research of energy-saving grinding equipment for highly dispersed grinding of materials [Razrabotka i issledovaniye energosberegayushchego pomol'nogo oborudovaniya dlya vysokodispersnogo izmel'cheniya materialov]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2014. No. 3. Pp.76–80. (rus)

11. Bogorodsky A.V., Blinichev V.N., Lapshin V.B. Intensification of the grinding process in a disintegrator type mill [Intensifikatsiya protsessa izmel'cheniya v mel'nitse dezintegratornogo tipa]. Proceedings of the USSR Universities. Chemistry and chem. technology. 1980. No. 5. Pp. 643–645. (rus)

12. Semikopenko I.A., Voronov V.P., Penzev P.P. Theoretical studies of the speed of movement of material particles along the surface of the impact element of a disintegrator-type mill [Teoreticheskiye issledovaniya skorosti dvizheniya chastits materiala vdol' poverkhnosti udarnogo elementa mel'nitsy dezintegratornogo tipa]. Izvestia VUZov. Construction. 2008. No. 11. Pp. 93–96. (rus)

13. Baranov D.A., Blinichev V.N., Vyazmin A.V., Zhikharev A.S., Katalymov A.V., Makarov Yu.I., Mizonov V.E.I., Orlov V.A., Sokolov V.I., Ushakov S.G., Frolov V.F., Chepura I.V. Processes and apparatus of chemical technology. Transfer phenomena, macrokinetics, similarity, modeling, design. Tutorial [Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii. Yavleniya perenosa, makrokinetika, podobiye, modelirovaniye, proyektirovaniye. Uchebnoye posobiye]. Ivanovo State Energy University named after. im V. I. Lenin. 2001. Vol. 2. 600 p. (rus)

14. Vaitekhovich P.E., Borovsky D.N. Destructive effects of grinding media in a horizontal planetary mill with various methods of running in grinding drums [Razrushayushcheye vozdeystviye melyushchikh tel v gorizonta'noy planetarnoy mel'nitse pri razlichnykh sposobakh obkatki pomol'nykh barabanov]. Chemical and oil and gas engineering. 2019. No. 2. Pp. 3–6. (rus)

15. Levich V.G. Physico-chemical hydrodynamics [Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika]. M.: Fizmatgiz. 1959. 700 p. (rus)

16. Smulsky I.I. Aerodynamics and processes in vortex chambers [Aerodinamika i protsessy v vikhrevykh kamerakh]. Novosibirsk: VO "Science". 1992. 301 p. (rus)

17. Kanakov O.I., Motova M.I. Lagrange and Hamiltonian methods in the study of oscillatory systems: Educational and methodological manual [Metody lagranzha i gamil'tona v issledovanii kolebatel'nykh sistem: Uchebno-metodicheskoye posobiye]. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State University. 2016. 39 p. (rus)

18. Landau L.D., Lifshits E.M. Theoretical physics [Teoreticheskaya fizika]. M.: Science. Vol.1. Mechanics.1988. 216 p. (rus)

19. Arnold V.I. Mathematical methods of classical mechanics [Matematicheskiye metody klassicheskoy mekhaniki]. M.: Nauka. 1974. 472 p. (rus)

20. Hint I.A. Basics of production of silicalcite products [Osnovy proizvodstva silikal'citnykh izdelij]. M.: Gosstrojizdat. 1962. 601 p. (rus)

21. Gridchin A.M., Sevost'yanov V.S., Glagolev E.S., Kachaev A.E. Disintegrator. Patent RF, no. 2377070, 2009. (rus)

22. Glagolev S.N., Sevostyanov V.S., Gridchin A.M., Lesovik V.S., Korolev I.G., Kachaev A.E., Shentseva M.E., Orekhova T.N. Rotary mill. Patent RF, no. 2444407, 2012. (rus)

23. Kachaev A.E., Sevostyanov V.S., Chemerichko G.I., Orekhova T.N. Mathematical description of the dynamics of centrifugal two-phase flow in the grinding chamber of a disintegrator [Matematicheskoye opisaniye dinamiki tsentrobezhnogo dvukhfaznogo potoka v pomol'noy kamere dezintegratora]. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov.

2024. No. 2. Pp. 70–79. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-2-70-79 (rus)

24. Krasnov N.F. Aerodynamics. Part 1. Basics of the theory. Aerodynamics of the profile and wing. Textbook for technical colleges [Aerodinamika. Ch.1. Osnovy teorii. Aerodinamika profilya i kryla. Uchebnik dlya VTUZov]. Ed. 2nd revision and additional M.: Higher school. 1976. 384 p. (rus)

25. Smulsky I.I. Suspended layer of particles in a cylindrical vortex chamber [Vzveshenny sloy chastits v tsilindricheskoy vikhrevoi kamere]. Journal of Applied Chemistry. 1983. No. 8. Pp. 1782–1789. (rus)

26. Bagnold R.A. Experiments on a gravity Free Dispersion of large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear. Proc. Roy Soc. London. 1954. Vol. 225. Pp. 49–63.

27. Kolobov M.Yu., Chagin O.V., Blinichev V.N. Increase of Longevity of Working Organs of Centrifugal-Shock Grinding Down. Russian Journal of General Chemistry. 2021. Vol. 91(6). Pp. 1205–1208.

28. Sivachenko L.A., Titov D.V., Sivachenko T.L. Disintegrator technologies, their technical availability and development prospects [Dezintegratornyye tekhnologii, ikh tekhnicheskaya obespechennost' i perspektivy razvitiya]. Energy-saving technological complexes and equipment for the production of building materials: interuniversity collection of articles. Belgorod: BSTU, 2009. Pp. 228–233. (rus)

29. Revnivitsev V.I. Selective destruction of materials [Selektivnoye razrusheniye materialov]. M.: Nedra. 1988. 386 p. (rus)

30. Krupin S.V., Trofimova F.A. Colloidal chemical foundations for creating clay suspensions for oilfield business [Kolloidno-khimicheskiye osnovy sozdaniya glinistykh suspenziy dlya neftepromyslovogo dela]. Kazan State Technological University, Central Research Institute of Geology of Nonmetallic Minerals. Kazan: Kazan National Research Technological University (KNRTU). 2010. 411 p. (rus)

*Information about the author*

**Kachaev, Aleksandr E.** PhD, Head of the Department of Construction Production. E-mail: doctor\_cement@mail.ru. Kolomna Institute (branch) of Moscow Polytechnic University. Russia, 140402, Moscow region, Kolomna, st. October Revolution, building 408.

---

*Received 13.02.2024*

**Для цитирования:**

Качаев А.Е. Математическая модель вихревого движения двухфазного потока в дезинтеграторной мельнице // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2024. №4. С. 79–90. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-4-79-90

**For citation:**

Kachaev A.E. Mathematical model of vortex motion of two-phase flow in a disintegrator mill. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2024. No. 4. Pp. 79–90. DOI: 10.34031/2071-7318-2024-9-4-79-90